

## 1 層流拡散モデルによる 3 次元海浜変形予測について

Prediction of 3-Dimensional Sea Bottom Change by The New Numerical Simulation

平沢 充成\* 水野 雄三\*\* 角野 隆\*\*\*

Mitsunari HIRASAWA, Yuzo MIZUNO and Takashi KADONO

漂砂による 3 次元海浜変形予測について、最近、海浜流の底層流を水理模型実験により求め海浜流の鉛直分布を推定し、それを浮遊モデルと組合わせ、底質の移流沈降過程を計算する予測法<sup>1)</sup>が開発され現地地形変化のよい再現性を得た。この予測法において、流れの連続性は底層流から海浜流の鉛直分布を推定することで満たされるが、鉛直流速が物理的意味を持つ範囲内に収まるよう修正を行うことにより、底層流そのものが実測値から多少変化する結果となることは、予測精度をより向上させる上で問題点になると思われる。

本研究では、実測底層流が鉛直方向に一様分布すると仮定した流れモデルを浮遊モデルに導入し、底質の移流沈降過程を求め、流れの一様分布を仮定したことによる流れの不連続性の影響を浮遊砂量の調整により補正する海浜変形計算法（1 層流拡散モデル）を開発し、現地地形変化の再現性の検討を行った。その結果、次のような知見を得た。

- (1) 流れの不連続性の影響を浮遊砂量の調整により補正することで、海浜流を 1 層レベルとした場合においても、水理模型実験による底層流を用いることで現地地形変化のよい再現性を得ることができる。
- (2) 流れの不連続性の影響の補正法は簡便であり、浮遊砂濃度の計算を 1 層について行うことから、演算時間の短縮化が期待できる。

《漂砂；3 次元海浜変形予測；底層流；浮遊砂》

A method to predict 3-dimensional sea bottom changes that utilizes numerical simulation and model tests has been developed. In the method the vertical distribution of coastal currents is calculated from the bottom layer currents obtained by model tests. The method gives good agreement with real sea bottom changes. A problem of the method is that the bottom layer currents are locally deformed when the estimated vertical velocity reaches the upper limit of the velocities observed in a sea area.

This paper introduces a simple method for predicting sea bottom changes with a combination of the suspended sediment model and the current model with the velocity assumed to be vertically uniform and equal to the bottom layer current obtained by the model tests. The density of suspended sediment is influenced by the discontinuity of currents, caused by the assumption that the velocity is vertically uniform. This is corrected by an artificial "sink" and "source" of suspended sediment. It is found that the present method also reproduces sea bottom changes accurately.

Keywords: sea bottom change, bottom layer current, coastal current, suspended sediment.

\*港湾研究室員 \*\*同室長 \*\*\*前港湾研究室主任研究員 現運輸省港湾局技術課

## 1. まえがき

港湾施設配置計画を行う場合、各施設が有機的にまた円滑に機能するよう計画をたてる必要がある。これを特に水域施設に限って考えると、港内の静穏性を確保するとともに、海底が砂で形成されている場合は港内・航路埋没の直接的原因となる漂砂についても留意することが重要である。

漂砂による海浜変形予測については、従来から水理模型実験（移動床実験）による予測が行われ成果をあげてきた。しかしながら、現地地形の再現範囲が実験施設の規模により制限されることや外力（波浪）と底質移動の相似則（漂砂量、漂砂の移動限界水深、海浜地形変動などの相似）が確立されていないことなどの理由から、近年、数値シミュレーションによる海浜変形予測の研究も盛んに行われてきている。

数値シミュレーションによる海浜変形予測モデルは、汀線変化モデル<sup>2)</sup>と3次元海浜変形モデル<sup>3)</sup>に大別されるが、ここで対象とするような水域施設における短期的な地形変化を再現あるいは予測する場合には、局所漂砂量方式<sup>4)</sup>に代表される3次元海浜変形モデルが一般に用いられる。しかしながら、局所漂砂量方式は局所的に変化する波浪や海浜流などの条件から、底質の連続式を解き地形変化量を算出する方式であることから、これらの

条件が一定となる水平床部の地形変化をうまく再現できないといった問題も残っていた。入江、栗山<sup>5)</sup>は、この問題の解決策として底質の移流・沈降過程を導入し、流体の連続性を満たすため、海浜流の鉛直分布を考慮する3次元海浜変形モデル（3次元拡散モデル）を考案し、水平床部においても現地地形変化のよい再現性を得た。この方法の特徴は、海浜流の底層流速を水理模型実験により求め、底質の移流沈降過程を数値モデルにより求めるところにあり、水理模型実験と数値計算の互いの長所を組合わせた海浜変形予測法といえる。ここで図1-1のように、水柱をk層に分割したモデルについて水平方向の流速値が既知の場合、流体の連続性は任意層とその隣接層との間の水塊の受けわたし、つまり鉛直流を考慮することで満足されると考えられる。しかしながらこの計算によると、実験誤差から局所的に鉛直流速が過大に算出される場合が生じるため、鉛直方向の浮遊砂移流量が物理的意味を持つ範囲内に収まるよう鉛直流速の上限値を定め補正することが必要となる。ただし、この操作により漂砂の支配的要因である底層流そのものが実測値から変化してしまうことや、底層以外の層の流速と現地流速との関連性についてなど若干の問題も残る。これらの問題点を解決することで、海浜変形予測精度をさらに向上させることが可能になると考えられる。

本研究では、水理模型実験により得られた底層流を変化させず数値モデルで用いることに主眼をおき、具体的方策として鉛直流の影響を浮遊砂量の調整により補正する方法を考案した。また、この手法による補正精度を確認するため、底層流が鉛直方向に一様分布すると仮定した1層レベルの流れモデルと底質の浮遊モデルを組合わせ、浮遊状態にある底質の移流、拡散、沈降、舞上がり過程を求めるアルゴリズム中に上記補正法を組入れた海浜変形計算法（1層流拡散モデル）を開発し、現地地形変化の再現性を検討したので報告する。

## 2. 1層流拡散モデルによる海浜変形予測法

本研究における海浜変形予測法を、フローチャートで示すと図2-1のようになる。同図に示すように、本研究の海浜変形予測法の特徴は、入江らの方法と同様に水理模型実験と数値モデルの互いの長所を組合わせたことにある。本章では、本研究における数値モデルの骨子となる1層流拡散モデルの誘導法について述べる。

### 2.1 海浜変形計算の基礎方程式

波と流れの共存下において、浮遊砂濃度は次の4要因の相乗作用から変化すると考えられる。

$$\begin{aligned} (\text{浮遊砂濃度変化}) &= (\text{移流}) + (\text{拡散}) \\ &\quad + (\text{舞上がり}) - (\text{沈降}) \end{aligned}$$

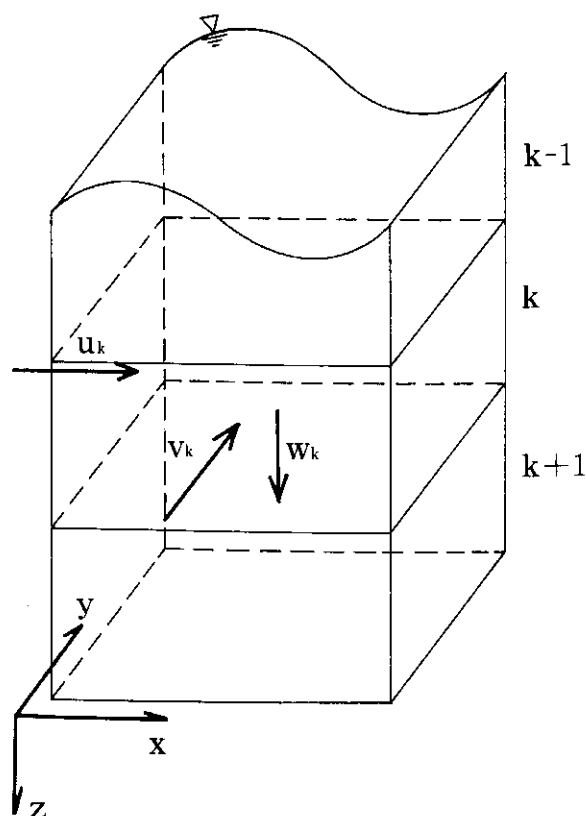


図1-1 多層モデルの概念図

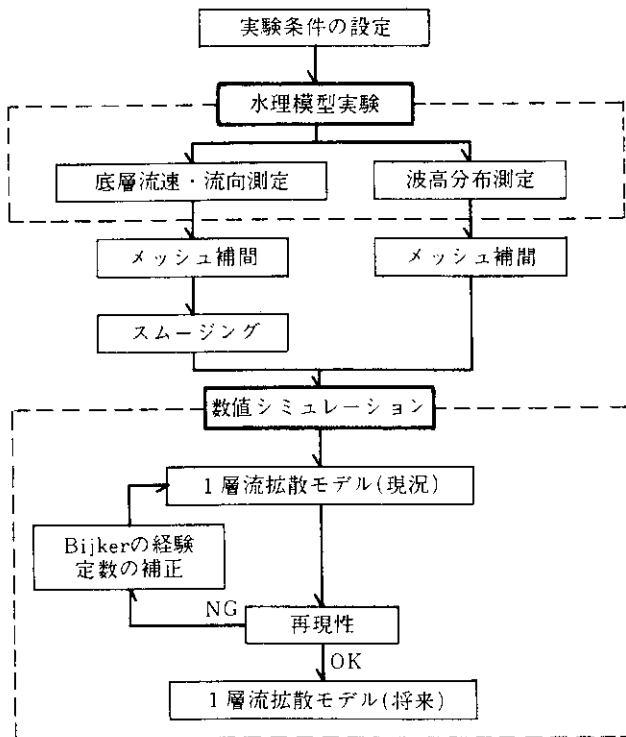


図2-1 海浜変形予測フロー

本節では、後に示す2つの仮定 Assumption 1, 2 に基づく計算領域の浮遊砂濃度分布を求めるため、水質汚染問題で土砂の拡散解析に用いられ土砂の移流、拡散、沈降、舞上がりによる濃度変化を表わす非保存方程式<sup>6)</sup>である(2.1)式から基礎方程式を導くこととする。

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial x}(uc) - \frac{\partial}{\partial y}(vc) - \frac{\partial}{\partial z}(wc) \\ & + \frac{\partial}{\partial x}(K_x \frac{\partial c}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(K_y \frac{\partial c}{\partial y}) \\ & + \frac{\partial}{\partial z}(K_z \frac{\partial c}{\partial z}) - w_0 \frac{\partial c}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.1)$$

- c : 浮遊砂濃度
- u, v, w : x, y, z方向の流速
- K<sub>x</sub>, K<sub>y</sub>, K<sub>z</sub> : x, y, z方向の拡散係数
- w<sub>0</sub> : 浮遊砂の沈降速度

Assumption 1 : 海浜流の水平流速成分は、鉛直方向に一様分布している(図2-2)

Assumption 2 : 浮遊砂濃度は鉛直方向に指数分布となり、初期状態において Bijker の式<sup>7)</sup>がなりたつ(図2-3)

図2-3は、Assumption 2 を図示したものである。浮遊砂濃度の定常値を求める計算過程において、指数分布を示す部分は移流などの作用によりその最下部の濃度 c<sub>b</sub>' が変化するが、底面近傍の濃度 c<sub>b</sub> は波浪、海浜流、水深条件から Bijker の式により求まる値で常に一

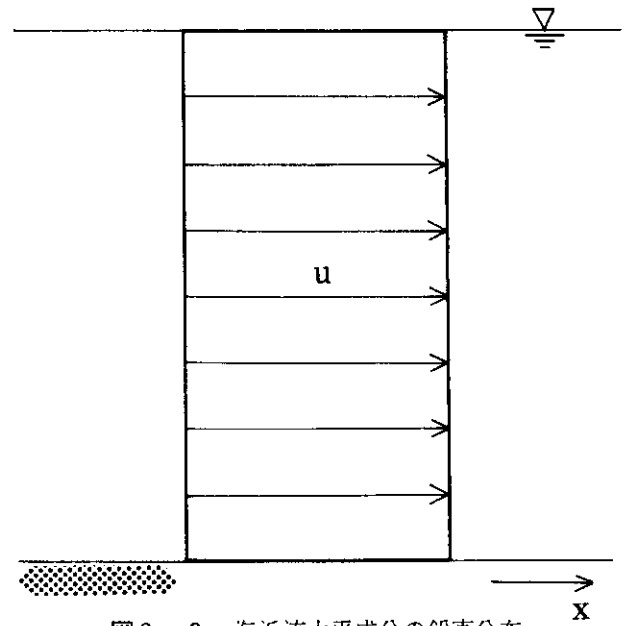


図2-2 海浜流水平成分の鉛直分布

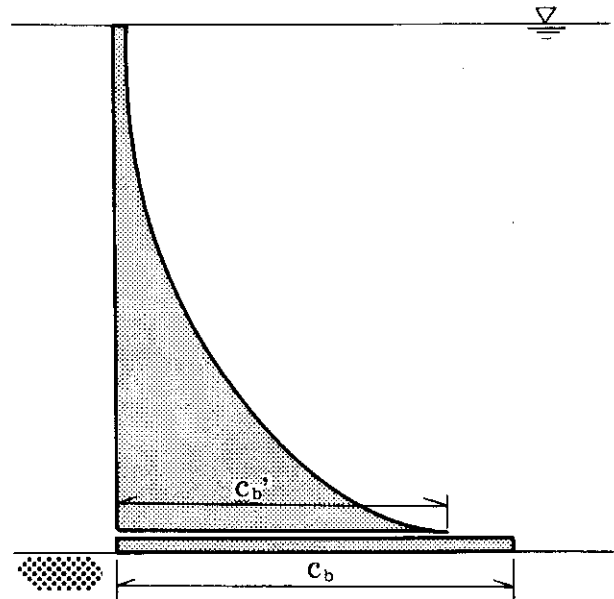


図2-3 浮遊砂濃度の鉛直分布

定とする。なお、c<sub>b</sub>' は計算初期において c<sub>b</sub> と一致するものとする。Bijker の式を以下に示す。

$$c = c_b \exp(-w_0 z / \epsilon) \quad (2.2)$$

$$c_b = S_b C_n \frac{1}{6.34 \bar{v} \sqrt{g}} \quad (2.3)$$

$$S_b = B d_{50} \bar{v} \frac{\sqrt{g}}{C_n} \exp\left[ -\frac{0.27 \Delta d_{50} C_n}{\mu \bar{v}^2 \{1 + (\xi u_0 / \bar{v})^2 / 2\}} \right] \quad (2.4)$$

c<sub>b</sub> : 海底面における浮遊砂濃度

ε : z 方向の拡散係数

(=0.16v\* h, v\* は底面摩擦速度)

$C_h$  : Chezy 係数  
 (=18 log (12h/r), r は粗度長)

$\bar{v}$  : 定常流の平均流速

B : Bijker の経験定数 ( $\approx 5.0$ )

$d_{50}$  : 底質の中央粒径

$\Delta$  : 底質の比重

$\mu$  : リップル係数

$\xi$  :  $\xi = C_h \sqrt{f_w / 2g}$

$f_w$  は Jonsson の摩擦係数

$$f_w = \exp \{-5.997 + 5.213 (a_0/r)^{-0.194}\}$$

$$a_0 = \frac{H}{2} \frac{1}{\sinh(kh)}$$

$u_0$  : 底面における水粒子の水平方向最大流速

$$u_0 = \frac{H}{2} \sigma \frac{1}{\sinh(kh)}$$

H, h,  $\sigma$ , k = 波高, 水深, 角周波数, 波数

今, 任意の領域に着目すると, 浮遊砂濃度が定常状態にある場合, 移流, 拡散, 舞上がり, 沈降による浮遊砂の入出量が領域全体としてバランスし, その状態において舞上がり量と沈降量の差から地形変化が生じると考えられる。ここで, 計算領域の浮遊砂濃度が定常状態となった場合の濃度分布を計算するため, 図2-4に示すような1方向流れが存在する場を想定し,  $\Delta t$  間に变化する領域内の浮遊砂量を濃度変化の要因ごとに算出し, 全体の浮遊砂変化量を求める。なお, 図中の  $\xi$  はセットアップ量を表わす。

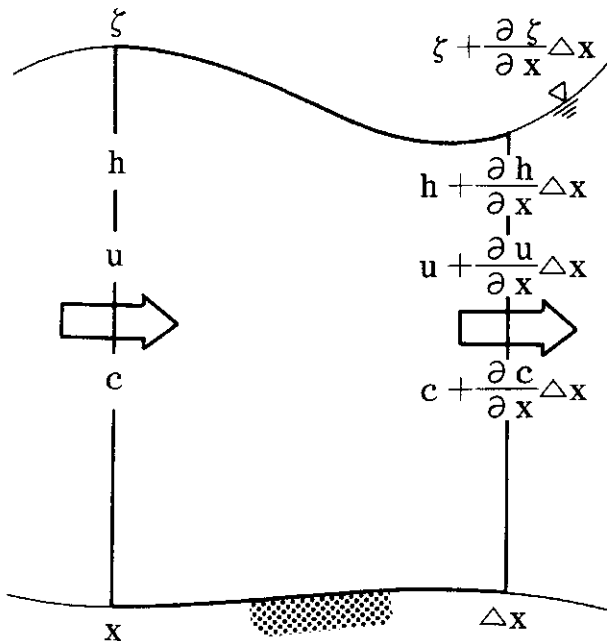


図2-4 任意計算域の概念図

(1) 移流項

流入境界側 (at x) からの浮遊砂流入量および流出境界側 (at x + Δx) からの浮遊砂流入量は,

$$\int_{-h}^{\xi} c u dz \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} & \int_{-(h + \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x)}^{\xi + \frac{\partial \xi}{\partial x} \Delta x} (c + \frac{\partial c}{\partial x} \Delta x) (u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x) dz \\ & \approx \int_{-(h + \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x)}^{\xi + \frac{\partial \xi}{\partial x} \Delta x} (cu + \frac{\partial(cu)}{\partial x} \Delta x) dz \\ & \approx \int_{-h}^{\xi} c u dz + \int_{-h}^{\xi} \frac{\partial(cu)}{\partial x} \Delta x dz \\ & \quad + \int_{\xi}^{\xi + \frac{\partial \xi}{\partial x} \Delta x} c u dz + \int_{-(h + \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x)}^{-h} c u dz \quad (2.6) \end{aligned}$$

と与えられる。ここで, Leibniz の公式

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dy} \int_{u(y)}^{v(y)} f(x, y) dx \\ & = \int_{u(y)}^{v(y)} \frac{\partial f}{\partial y} (x, y) dx + f(v(y), y) v'(y) \\ & \quad - f(u(y), y) u'(y) \quad (2.7) \end{aligned}$$

より, (2.6) 式第2項は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \int_{-h}^{\xi} \frac{\partial(cu)}{\partial x} \Delta x dz \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} c u \Delta x dz + (cu)_{\xi} \Delta x \frac{\partial \xi}{\partial x} \\ & \quad + (cu)_{-h} \Delta x \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2.8) \end{aligned}$$

また,

$$\int c u dz = CU \quad (2.9)$$

とおくと, (2.6) 式第3項は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} & \int_{\xi}^{\xi + \frac{\partial \xi}{\partial x} \Delta x} c u dz = CU (\xi + \frac{\partial \xi}{\partial x} \Delta x) - CU (\xi) \\ & \approx \frac{\partial \xi}{\partial x} \Delta x (cu)_{\xi} \quad (2.10) \end{aligned}$$

同様に, 第4項は次式で表わされる。

$$\int_{-(h + \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x)}^{-h} c u dz \approx \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x (cu)_{-h} \quad (2.11)$$

(2.9)~(2.11) 式より, (2.6) 式は次式のようにまとめられる。

$$(2.6) \approx \int_{-h}^{\xi} c u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} c u \Delta x dz \quad (2.12)$$

よって, 1メッシュ内の移流作用による浮遊砂変化量は次式により示される。

(移流による浮遊砂変化量)

$$= (2.5) - (2.12)$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} c u \Delta x dz \quad (2.13)$$

(2) 水平拡散項

移流項と同様な計算法により、  
(水平拡散による浮遊砂変化量)

$$= \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-h}^{\zeta} K_x c \Delta x dz \quad (2.14)$$

(3) 鉛直拡散項

(鉛直拡散による浮遊砂変化量)

$$= \epsilon \frac{2}{h + \zeta} (c_b - c_b') \Delta x \quad (2.15)$$

(4) 沈降項

(沈降による浮遊砂変化量)

$$= \int_{-h}^{\zeta} \omega_0 \frac{\partial c}{\partial z} dz \cdot \Delta x \\ = \omega_0 \Delta x (c_{\zeta} - c_{-h})$$

Assumption 2 より浮遊砂濃度は鉛直方向に指数分布し、 $c_{-h} \gg c_{\zeta}$  と考えられるから、

$$\approx -\omega_0 \Delta x \cdot c_{-h} \\ = -\omega_0 \Delta x \cdot c_b' \quad (2.16)$$

ここで、 $c_{-h} = c_b'$  とする。

(1)~(4)により要因別の浮遊砂変化量が算出され、(2.13) ~ (2.16) の和が  $\Delta t$  間における領域内の浮遊砂変化量と等しいことから、

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\zeta} c \Delta x dz \\ = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} c u \Delta x dz + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-h}^{\zeta} K_x c \Delta x dz \\ + \epsilon \frac{2}{h + \zeta} (c_b - c_b') \Delta x - \omega_0 \Delta x c_b' \quad (2.17)$$

とおくことができる。(2.17) 式を2方向流れの場に拡張し整理すると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\zeta} c dz \\ = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} c u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} c v dz \\ + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-h}^{\zeta} K_x c dz + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-h}^{\zeta} K_y c dz \\ + (\epsilon \frac{2}{h + \zeta} + \omega_0) c_b' + \epsilon \frac{2}{h + \zeta} c_b \quad (2.18)$$

と示される。ここで、領域内の総浮遊砂量は  $c_b'$  により、

$$\int_{-h}^{\zeta} c dz = \int_{-h}^{\zeta} c_b' \exp\left[-\frac{\omega_0}{\epsilon}(z+h)\right] dz \\ = -\frac{c_b'}{\omega_0/\epsilon} [\exp\left[-\frac{\omega_0}{\epsilon}(\zeta+h)\right] - 1] \\ = \alpha c_b' \quad (2.19)$$

と示されるから、上式を用いて(2.18)式を整理すると、Assumption 1, 2に基づき浮遊砂の移流、拡散、沈降、舞上がりによる濃度変化を表わす次の方程式が導かれる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha c_b' = -\frac{\partial}{\partial x} u \alpha c_b' - \frac{\partial}{\partial y} v \alpha c_b'$$

$$+ \frac{\partial^2}{\partial x^2} K_x \alpha c_b' + \frac{\partial^2}{\partial y^2} K_y \alpha c_b' + \delta c_b' + c' \quad (2.20)$$

ここで、 $\delta$ 、 $c'$  は波浪、海浜流、水深の初期条件により定まる値で、

$$\delta = -\epsilon \frac{2}{h + \zeta} - \omega_0 \quad (2.21)$$

$$c' = \epsilon \frac{2}{h + \zeta} c_b \quad (2.22)$$

と示される。(2.20) 式により定常状態の浮遊砂濃度分布が計算された後、地形変化量は次式により求める。

$$\frac{\Delta z}{\Delta t} = \omega_0 c_b' - \epsilon \frac{2}{h + \zeta} (c_b - c_b') \quad (2.23)$$

## 2.2 差分近似解法による浮遊砂濃度解析

### (1) ADI法による数値解析

計算機により、(2.20) 式のような方程式を解くためには方程式を差分化する必要がある。今回、差分近似解法としてはADI法<sup>9)</sup>を用いる。ADI法は Alternating Direction Implicit Method の略称で、文字どおり2方向の陰形式、陽形式表示を交互に交換し計算を実行する方法であり、現在長方形領域に対して最も有利な方法とされている。

ここで、差分スキームを図2-5のように設定し、差分式の簡略化を図るため以下の諸記号を定める。

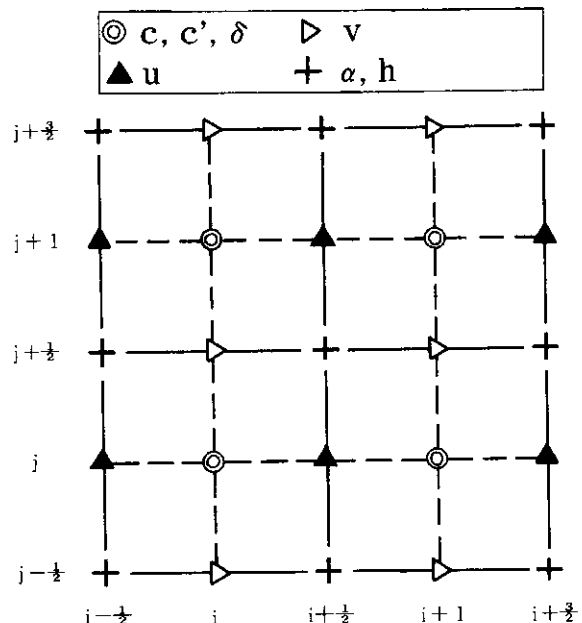


図2-5 差分スキーム

$$\bar{\alpha}_{i,j} = \frac{1}{4} (\alpha_{i-1/2, j-1/2} + \alpha_{i+1/2, j-1/2} \\ + \alpha_{i-1/2, j+1/2} + \alpha_{i+1/2, j+1/2}) \quad (2.24)$$

$$\bar{\alpha}_{i, j-1/2} = \frac{1}{2} (\alpha_{i-1/2, j-1/2} + \alpha_{i+1/2, j-1/2}) \quad (2.25)$$

$$\bar{\alpha}_{i-1/2,j}^y = \frac{1}{2} (\alpha_{i-1/2,j-1/2} + \alpha_{i-1/2,j+1/2}) \quad (2.26)$$

$$q_{i-1/2,j}^x = u_{i-1/2,j} \bar{\alpha}_{i-1/2,j}^y \quad (2.27)$$

$$q_{i,j-1/2}^y = v_{i,j-1/2} \bar{\alpha}_{i,j-1/2}^x \quad (2.28)$$

なお、閉境界上においては、

$$u = 0 : v = 0 : \bar{\alpha}^x = 0 : \bar{\alpha}^y = 0 \quad (2.29)$$

とする。また、これ以降の差分式中において  $c_b'$  を特に断らない限り  $c$  と表示する。

前述したように、ADI法は2方向の陰、陽形式表示を交換しながら計算を進める方法であり、ここでは1タイムステップ  $k\Delta t \rightarrow (k+1)\Delta t$  を前半  $k\Delta t \rightarrow (k+\frac{1}{2})\Delta t$  と後半  $(k+\frac{1}{2})\Delta t \rightarrow (k+1)\Delta t$  に分割し、陰、陽形式の交換を1タイムステップ内で実行計算することを考える。

まず、前半のタイムステップ  $k\Delta t \rightarrow (k+\frac{1}{2})\Delta t$  についての計算を行う。この場合、(2.20) 式の  $x$  方向成分を陽形式、 $y$  方向を陰形式で表わすと、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\frac{1}{2}\Delta t} \{ \bar{\alpha}_{i,j} (c_{i,j}^{(k+1/2)} - c_{i,j}^{(k)}) \} \\ & + \frac{1}{\Delta s} (q_{i+1/2,j}^x \frac{c_{i+1,j}^{(k+1/2)} + c_{i,j}^{(k+1/2)}}{2} \\ & - q_{i-1/2,j}^x \frac{c_{i,j}^{(k+1/2)} + c_{i-1,j}^{(k+1/2)}}{2}) \\ & + \frac{1}{\Delta s} (q_{i,j+1/2}^y \frac{c_{i,j+1}^{(k)} + c_{i,j}^{(k)}}{2} \\ & - q_{i,j-1/2}^y \frac{c_{i,j}^{(k)} + c_{i,j-1}^{(k)}}{2}) \\ & - \frac{K_x}{\Delta s^2} (\bar{\alpha}_{i+1,j} c_{i+1,j}^{(k+1/2)} - 2\bar{\alpha}_{i,j} c_{i,j}^{(k+1/2)} \\ & + \bar{\alpha}_{i-1,j} c_{i-1,j}^{(k+1/2)}) \\ & - \frac{K_y}{\Delta s^2} (\bar{\alpha}_{i,j+1} c_{i,j+1}^{(k)} - 2\bar{\alpha}_{i,j} c_{i,j}^{(k)} \\ & + \bar{\alpha}_{i,j-1} c_{i,j-1}^{(k)}) \\ & - \frac{1}{2} \delta_{i,j} (c_{i,j}^{(k+1/2)} + c_{i,j}^{(k)}) c'_{i,j} = 0 \quad (2.30) \end{aligned}$$

と表示される。差分式中において、変数の右肩に記した  $(k)$  は各変数のタイムレベルを示すものであり  $\Delta x = \Delta y = \Delta s$  とする。次に (2.30) 式を、

$$a_{i,j} c_{i+1,j}^{(k+1/2)} + b_{i,j} c_{i,j}^{(k+1/2)} + d_{i,j} c_{i+1,j}^{(k+1/2)} = e_{i,j} \quad (2.31)$$

の形に整理する。各項の係数  $a_{i,j}$ 、 $b_{i,j}$ 、 $d_{i,j}$  および定数項  $e_{i,j}$  は、

$$a_{i,j} = -\Delta t \Delta s q_{i-1/2,j}^x - 2\Delta t K_x \bar{\alpha}_{i-1,j} \quad (2.32)$$

$$b_{i,j} = 4\Delta s^2 \bar{\alpha}_{i,j} + \Delta t \Delta s q_{i+1/2,j}^x - \Delta t \Delta s q_{i-1/2,j}^x + 4\Delta t K_x \bar{\alpha}_{i,j} - \Delta t \Delta s^2 \delta_{i,j} \quad (2.33)$$

$$d_{i,j} = \Delta t \Delta s q_{i+1/2,j}^x - 2\Delta t K_x \bar{\alpha}_{i+1,j} \quad (2.34)$$

$$e_{i,j} = (\Delta t \Delta s q_{i-1/2,j}^y + 2\Delta t K_y \bar{\alpha}_{i,j-1}) c_{i,j-1}^{(k+1/2)} + (4\Delta s^2 \bar{\alpha}_{i,j} - \Delta t \Delta s q_{i,j+1/2}^y + \Delta t \Delta s q_{i,j-1/2}^y)$$

$$\begin{aligned} & - 4\Delta t K_y \bar{\alpha}_{i,j} + \Delta t \Delta s^2 \delta_{i,j}) c_{i,j}^{(k)} \\ & + (-\Delta t \Delta s q_{i,j+1/2}^y + 2\Delta t K_y \bar{\alpha}_{i,j+1}) c_{i,j+1}^{(k)} \\ & - 2\Delta t \Delta s^2 c'_{i,j} \quad (2.35) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $c_{i,j}^{(k+1/2)}$  を次のようにおく。

$$c_{i,j}^{(k+1/2)} = P_{i+1,j} c_{i+1,j}^{(k+1/2)} + Q_{i+1,j} \quad (2.36)$$

今、対象とするメッシュに正方向で隣接するメッシュ上において、(2.31) 式は、

$$a_{i+1,j} c_{i+1,j}^{(k+1/2)} + b_{i+1,j} c_{i+1,j}^{(k+1/2)} + d_{i+1,j} c_{i+2,j}^{(k+1/2)} = e_{i+1,j} \quad (2.37)$$

と表記されることから、(2.36)、(2.37)式より次式が導かれる。

$$(a_{i+1,j} P_{i+1,j} + b_{i+1,j}) c_{i+1,j}^{(k+1/2)} + d_{i+1,j} c_{i+2,j}^{(k+1/2)} = e_{i+1,j} - a_{i+1,j} Q_{i+1,j} \quad (2.38)$$

(2.38) 式を1メッシュ負方向に戻し、整理すると、

$$c_{i,j}^{(k+1/2)} = -\frac{d_{i,j}}{a_{i,j} P_{i,j} + b_{i,j}} c_{i+1,j}^{(k+1/2)} - \frac{a_{i,j} Q_{i,j} - e_{i,j}}{a_{i,j} P_{i,j} + b_{i,j}} \quad (2.39)$$

となり、(2.36) 式と (2.37) 式より  $P_{i+1,j}$  および  $Q_{i+1,j}$  は次のように表わされる。

$$P_{i+1,j} = -\frac{d_{i,j}}{a_{i,j} P_{i,j} + b_{i,j}} \quad (2.40)$$

$$Q_{i+1,j} = -\frac{a_{i,j} Q_{i,j} - e_{i,j}}{a_{i,j} P_{i,j} + b_{i,j}} \quad (2.41)$$

ここで、(3.40)、(3.41) 式により  $P_{i,j}$ 、 $Q_{i,j}$  を、(2.39) より  $c_{i,j}$  を全計算領域に対して求めれば、前半のタイムステップについての計算は終了する。

次に、 $(k+\frac{1}{2})\Delta t \rightarrow (k+1)\Delta t$  についての計算を行う。この計算は、前半のタイムステップと比べ  $x$ 、 $y$  方向成分の陰、陽形式を逆転させ計算を行うもので、その計算法は前半のタイムステップとまったく同様である。

## (2) 境界条件

境界は陸地、防波堤に代表される閉境界と海域上における開境界に分けられる。ここでは、その取扱い方を前半のタイムステップ  $k\Delta t \rightarrow (k+\frac{1}{2})\Delta t$  における  $x$  方向の境界条件を例にして述べる。

### ① 左側が閉境界の場合 (図2-6-1)

境界上において  $x$  方向の流れは生じないことから、

$$u_{i5-1/2,j} \text{ および } q_{i5-1/2,j}^x \text{ は、} \\ u_{i5-1/2,j} = 0 \quad (2.42)$$

$$q_{i5-1/2,j}^x = 0 \quad (2.43)$$

のように与えられる。また、定義より  $\alpha_{i5-1,j}$  は、

$$\bar{\alpha}_{i5-1,j} = \frac{1}{2} (\bar{\alpha}_{i5-3/2,j}^y + \bar{\alpha}_{i5-1/2,j}^y) = 0 \quad (2.44)$$

と与えられるから、

$$a_{IS,j} = 0 \quad (2.45)$$

となり、浮遊砂濃度  $c_{IS,j}^{(k+1/2)}$  は次のように示される。

$$c_{IS,j}^{(k+1/2)} = P_{IS+1,j} c_{IS+1,j}^{(k+1/2)} + Q_{IS+1,j} \quad (2.46)$$

ここで、

$$P_{IS+1,j} = -\frac{d_{IS,j}}{b_{IS,j}} \quad (2.47)$$

$$Q_{IS+1,j} = \frac{e_{IS,j}}{b_{IS,j}} \quad (2.48)$$

であるから、

$$P_{IS,j} = 0 \quad (2.49)$$

$$Q_{IS,j} = 0 \quad (2.50)$$

とおけば、(2.39) ~ (2.41) 式の計算法が適用できる。

### ② 左側が開境界の場合 (図2-6-2)

開境界の内外で濃度勾配が生じないと仮定する。

$$c_{IS,j}^{(k+1/2)} = c_{IS-1,j}^{(k+1/2)} \quad (2.51)$$

上記の関係と (2.31) 式より次式が得られる。

$$c_{IS,j}^{(k+1/2)} = \frac{d_{IS,j}}{a_{IS,j} + b_{IS,j}} c_{IS+1,j} + \frac{e_{IS,j}}{a_{IS,j} + b_{IS,j}} \quad (2.52)$$

ここで

$$P_{IS,j} = 1 \quad (2.53)$$

$$Q_{IS,j} = 0 \quad (2.54)$$

とおけば、(2.39) ~ (2.41) 式の計算法が適用できる。

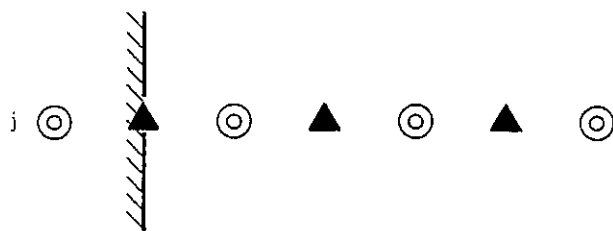


図2-6-1 左側が閉境界の場合

### ③ 右側が閉境界の場合 (図2-6-3)

左側が開境界の場合と同様な理由から、 $u_{IE+1/2,j}$ 、

$q_{IE+1/2,j}^x$  および  $\bar{\alpha}_{IE+1,j}$  は、

$$u_{IE+1/2,j} = 0 \quad (2.55)$$

$$q_{IE+1/2,j}^x = 0 \quad (2.56)$$

$$\bar{\alpha}_{IE+1,j} = \frac{1}{2} (\bar{\alpha}_{IE+1/2,j}^y + \bar{\alpha}_{IE+3/2,j}^y) = 0 \quad (2.57)$$

のように与えられる。これより、

$$d_{IE,j} = 0 \quad (2.58)$$

となることから、 $c_{IE,j}^{(k+1/2)} = c_{IE-1,j}^{(k+1/2)}$  と考えると、

$c_{IE,j}^{(k+1/2)}$  は次式で示される。

$$c_{IE,j}^{(k+1/2)} = \frac{e_{IE,j}}{a_{IE,j} + b_{IE,j}} \quad (2.59)$$

### ④ 右側が開境界の場合 (図2-6-4)

図2-6-4に示すような連続する3メッシュ ( $IE-1,j$ ), ( $IE,j$ ), ( $IE+1,j$ ) 上で、濃度勾配が生じないと仮定する。

$$c_{IE-1,j}^{(k+1/2)} = c_{IE,j}^{(k+1/2)} = c_{IE+1,j}^{(k+1/2)} \quad (2.60)$$

上記の関係と (2.31) 式より、 $c_{IE,j}^{(k+1/2)}$  は次式で示される。

$$c_{IE,j}^{(k+1/2)} = \frac{e_{IE,j}}{a_{IE,j} + b_{IE,j} + d_{IE,j}} \quad (2.61)$$

ただし、 $d_{IE,j}$  は次のように与えるものとする。

$$d_{IE,j} = \Delta s \Delta t q_{IE+1/2,j}^x - 2 \Delta t K_x \bar{\alpha}_{IE,j} \quad (2.62)$$

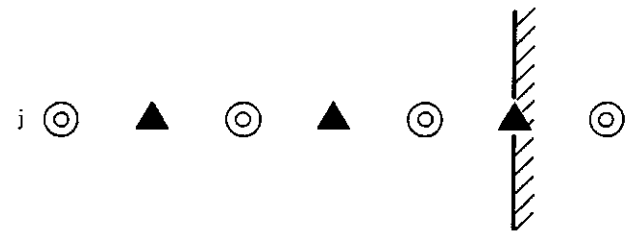


図2-6-3 右側が閉境界の場合

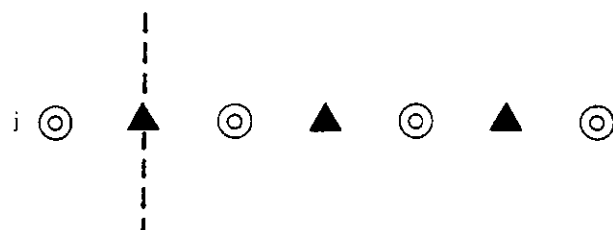


図2-6-2 左側が開境界の場合

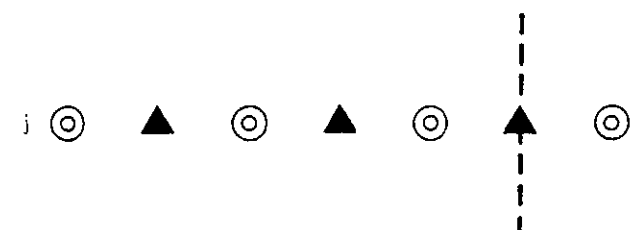
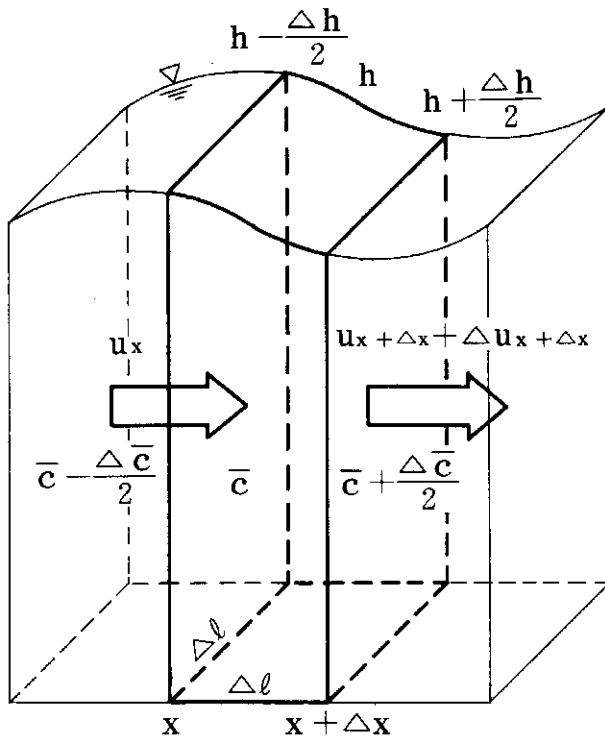


図2-6-4 右側が開境界の場合

以上の方法により、前半のタイムステップ  $k \Delta t \rightarrow (k + \frac{1}{2}) \Delta t$  における境界条件の取扱いが可能となる。後半のタイムステップ  $(k + \frac{1}{2}) \Delta t \rightarrow (k + 1) \Delta t$  についても、 $y$  方向に対してまったく同様の考え方が適用できる。

### 2.3 流れの不連続性に起因する影響の補正法

前節までに述べたように、本研究では水理模型実験により計測された底層流が鉛直方向に一様分布するとして対象領域の浮遊砂濃度分布の計算を行っている。しかしながら、実際には流れの鉛直成分が存在するため、計測された底層流の水平成分だけでは流れの連続性が満たされない。流れの不連続性が浮遊砂濃度の計算に与える影響について考えると、計算メッシュへの水塊の総流入出量差の正負が移流浮遊砂の過大流入出として現われるため、流れの不連続性は結果的に浮遊砂濃度を過大、過小評価することにつながる。ここでは、流れの不連続性に起因する影響の補正方法について述べる。



- $u_x, u_x + \Delta u_x + \Delta \Delta u_x$  : 流入, 流出境界上の流速  
 $\bar{c} - \frac{\Delta \bar{c}}{2}, \bar{c} + \frac{\Delta \bar{c}}{2}$  : 流入, 流出境界上の平均濃度  
 $h - \frac{\Delta h}{2}, h + \frac{\Delta h}{2}$  : 流入, 流出境界上の水深  
 $\bar{c}, h$  : 境界内の平均濃度, 平均水深  
 $\Delta x = \Delta y = \Delta \ell$

図2-7 浮遊砂移流の概念図

図2-7において  $\Delta u_{x+\Delta x} = 0$  であり、1方向流れの場において流れの連続性が満たされているとすると次式

がなりたつ。

$$u_x \left( h - \frac{\Delta h}{2} \right) \Delta \ell = u_{x+\Delta x} \left( h + \frac{\Delta h}{2} \right) \Delta \ell \quad (2.63)$$

これより、 $u_{x+\Delta x}$  は  $u_x$  により次のように表わされる。

$$u_{x+\Delta x} = u_x \frac{2h - \Delta h}{2h + \Delta h} \quad (2.64)$$

ここで、移流作用のみにより  $\Delta t$  間に変化する1メッシュ内の浮遊砂量  $\Delta S$  は、

$$\begin{aligned} \Delta S = & u_x \left( \bar{c} - \frac{\Delta \bar{c}}{2} \right) \left( h - \frac{\Delta h}{2} \right) \Delta \ell \Delta t \\ & - u_{x+\Delta x} \left( \bar{c} + \frac{\Delta \bar{c}}{2} \right) \left( h + \frac{\Delta h}{2} \right) \Delta \ell \Delta t \end{aligned} \quad (2.65)$$

と与えられるから、(2.64) 式より (2.65) 式は次のように整理される。

$$\begin{aligned} \Delta S = & u_x \left( \bar{c} - \frac{\Delta \bar{c}}{2} \right) \left( h - \frac{\Delta h}{2} \right) \Delta \ell \Delta t \\ & - u_x \frac{2h - \Delta h}{2h + \Delta h} \left( \bar{c} + \frac{\Delta \bar{c}}{2} \right) \left( h + \frac{\Delta h}{2} \right) \\ & \times \Delta \ell \Delta t \\ \doteq & - u_x \frac{2h}{2h + \Delta h} \Delta \bar{c} \cdot h \Delta \ell \Delta t \end{aligned} \quad (2.66)$$

次に、図2-7において  $\Delta u_{x+\Delta x} \neq 0$  であり、1方向流れの場において流れの連続性が満たされないとする、移流作用による浮遊砂変化量  $\Delta S'$  は以下のように示される。

$$\begin{aligned} \Delta S' = & u_x \left( \bar{c} - \frac{\Delta \bar{c}}{2} \right) \left( h - \frac{\Delta h}{2} \right) \Delta \ell \Delta t \\ & - (u_{x+\Delta x} + \Delta \Delta u_{x+\Delta x}) \left( \bar{c} + \frac{\Delta \bar{c}}{2} \right) \\ & \times \left( h + \frac{\Delta h}{2} \right) \Delta \ell \Delta t \\ \doteq & - u_x \frac{2h}{2h + \Delta h} \Delta \bar{c} \cdot h \Delta \ell \Delta t \\ & - \Delta u_{x+\Delta x} \bar{c} h \Delta \ell \Delta t \end{aligned} \quad (2.67)$$

(2.66), (2.67) 式より、 $\Delta S'$  は次式のように  $\Delta S$  の式で示される。

$$\Delta S' = \Delta S - \Delta u_{x+\Delta x} \bar{c} h \Delta \ell \Delta t \quad (2.68)$$

(2.68) 式より流れの連続性が満たされていない場合、(2.22) 式によって浮遊砂濃度の計算を行うと、計算上  $\Delta t$  間に  $-\Delta u_{x+\Delta x} \bar{c} h \Delta \ell \Delta t$  の余剰浮遊砂量がメッシュ内に発生することになる。つまり、(2.22) 式により浮遊砂濃度の計算を行う場合は、タイムステップごとに各メッシュから  $-\Delta u_{x+\Delta x} \bar{c} h \Delta \ell \Delta t$  だけの余剰浮遊砂量を吸上げ補正することが必要となるため、1メッシュ内の総浮遊砂量が  $\bar{c} h \Delta \ell^2$  で与えられるとすると  $\Delta t$  ごとに次のような補正を行えばよい。

$$\bar{c} h \Delta \ell^2 \rightarrow \bar{c} h \Delta \ell^2 + \bar{c} h \Delta u \Delta \ell \Delta t \quad (2.69)$$



また、浮遊砂の鉛直方向の濃度分布は (2.2) 式で示され、 $\bar{c} \propto c_b'$  の関係がなりたつから、上記の補正法は  $c_b'$  について次のように補正することと同値となる。

$$c_b' h \Delta \ell^2 \rightarrow c_b' h \Delta \ell^2 + c_b' h \Delta u \Delta \ell \Delta t \quad (2.70)$$

(2.70) 式は、

$$c_b' \rightarrow c_b' + \frac{c_b' \Delta u \Delta t}{\Delta \ell} \quad (2.71)$$

と整理されるから、実際に (2.22) 式を用いて浮遊砂濃度の計算を行う場合は (2.71) 式を2方向流れの場に拡張し、 $\Delta t$  間隔で  $c_b'$  が計算されるごとに次式により補正を行えばよい。

$$c_b' \rightarrow c_b' + \frac{c_b' (\Delta u + \Delta v) \Delta t}{\Delta \ell} \quad (2.72)$$

#### 2.4 1層流拡散モデルフロー

前節までに説明した1層流拡散モデルによる海浜変形計算法を、フローチャートにまとめると次のようになる。

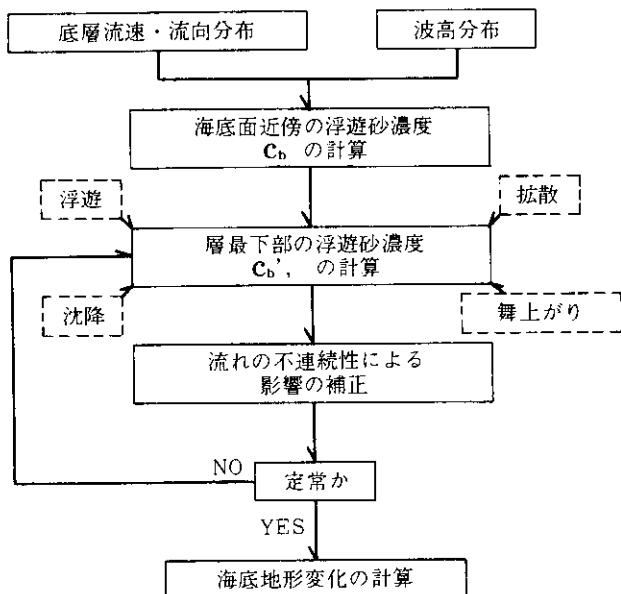


図2-8 1層流拡散モデルフロー

#### 3. 1層流拡散モデルと3次元拡散モデルの比較

1層流拡散モデルによる海底地形変化の再現精度の検討を行うため、ここでは海浜流の鉛直分布を取入れた3次元拡散モデルとの比較を行う。比較の対象港は入江<sup>9)</sup>が海底地形変化の再現を行った石川県滝港とし、1層流拡散モデルに用いた波高分布、底層流分布などの基礎データについては入江らの実験結果を使わせていただいた。

図3-1は、現地データから滝港周辺の海底地形変化

速度を算出したものである。図によると、滝港の地形変化の特徴は、

- (1) 西防波堤先端東寄りの侵食
- (2) 中央部の堆積
- (3) 東防波堤西寄りの侵食

などがある。図3-2は波高分布として水理模型実験で得たデータを用い、1層流拡散モデルにより海底地形変化速度を計算したもので、図3-3はそれを堆積・侵食域別に示したものである。これらの図より、1層流拡散モデルによる計算結果は滝港の海底地形変化の特徴をよく再現していることがわかる。ただし、計算結果が西防波堤開口部の外側でかなりの侵食傾向となっているのは、現地においてこの一帯は岩礁地帯であるが、その影響を今回計算上で特に考慮しなかったためと考えられる。

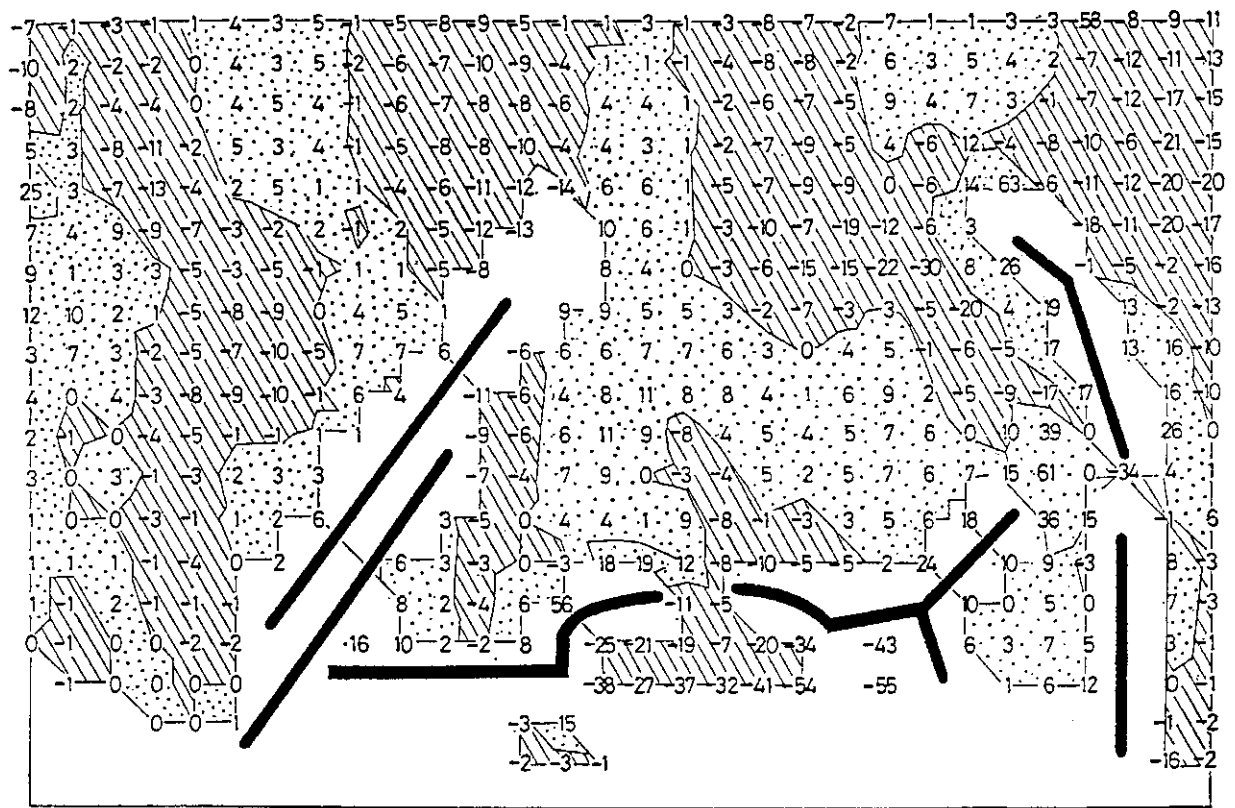
次に地形変化量の定量的評価を行うため、図3-4のように滝港内を4ブロックに分割し、図3-5のように各ブロックの年間平均地形変化速度の計算結果と現地データとの適合性を比較した。計算は、

- (1) 1層流拡散モデルによる計算に水理模型実験による波高データを用いる方法
- (2) 3次元拡散モデルによる計算に水理模型実験による波高データを用いる方法
- (3) 3次元拡散モデルによる計算に数値計算による波高データを用いる方法

の3方法により行い、(2)、(3)については入江らの結果を図中に示した。図によると、(1)の計算精度は(2)の計算精度よりも若干落ちるものの、現地データの各ブロック平均地形変化速度とよく一致することから、1層流拡散モデルによって定量的にも地形変化が再現されることがわかる。また、(1)は(3)の方法よりも再現精度がかなりよいことがわかる。このように、1層流拡散モデルによっても3次元拡散モデルに近い現地海浜地形変化の再現性が得られた理由としては、

- (1) 流れの鉛直分布の相違により各メッシュ内の浮遊砂濃度変化に直接効いてくるのは移流による影響であると考えられるが、浮遊砂濃度の鉛直分布が指数関数的に分布するため海底面付近の浮遊砂濃度により水平方向に移流する浮遊砂の絶対量がほぼ決定し、双方のモデルでその絶対量に有意な差が生じなかったと考えられること。
- (2) 3次元拡散モデルにおいて流れの連続性は流れの鉛直分布を考慮することで満たされるが、1層流拡散モデルによれば流れの不連続性の影響を浮遊砂量の補正により補うことができると考えられること。といったような理由が考えられる。

なお、今回の1層流拡散モデルの計算条件は次のとお



注) + : 堆積     ACCUMULATION  
 - : 侵食     EROSION  
 単位: cm/年

図3-1 滝港における海底地形変化の実績<sup>10)</sup>

りである。

- (1) 格子間隔 25m
- (2) 時間間隔 15秒
- (3) 水平方向の拡散係数  $K_x, K_y = 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$
- (4) 鉛直方向の拡散係数は Bijker の公式で与える値の1/10とする
- (5) 沈降速度  $\omega_0$  は  $d_{50} = 0.15\text{mm}$  とし Rubey の式による
- (6) Bijker 公式の経験定数  $B$  を  $B = 1.25$  とする
- (7) 流れの連続性確保のための操作を20回行う
- (8) 浮遊砂濃度分布の計算途上において、底質の舞上がりおよび沈降による地形変化は考慮しない

(7)の操作法については入江らの方法とほぼ同じであるが、1層レベルの流れに適用するため今回は次のような操作を行っている。

計算ステップ (i) における任意のセルの流量収支を、

$$BAL^{(i)} = Q_{uw}^{(i)} + Q_{vs}^{(i)} - Q_{ue}^{(i)} - Q_{vn}^{(i)} \quad (3.1)$$

と計算する。また、セルに流入出する流量の絶対量の総計を、

$$QSUM^{(i)} = |Q_{uw}^{(i)}| + |Q_{vs}^{(i)}| + |Q_{ue}^{(i)}| + |Q_{vn}^{(i)}| \quad (3.2)$$

と計算し、計算ステップ (i+1) における流量を次式により求める。

$$Q_{vn}^{(i+1)} = Q_{vn}^{(i)} + BAL^{(i)} |Q_{vn}^{(i)}| / QSUM^{(i)} \quad (3.3)$$

$$Q_{vs}^{(i+1)} = Q_{vs}^{(i)} - BAL^{(i)} |Q_{vs}^{(i)}| / QSUM^{(i)} \quad (3.4)$$

$$Q_{uw}^{(i+1)} = Q_{uw}^{(i)} - BAL^{(i)} |Q_{uw}^{(i)}| / QSUM^{(i)} \quad (3.5)$$

$$Q_{ue}^{(i+1)} = Q_{ue}^{(i)} + BAL^{(i)} |Q_{ue}^{(i)}| / QSUM^{(i)} \quad (3.6)$$

ここで、

$Q_{uw}, Q_{ue}$  : u成分の流れのうち、西からの流入量と東からの流出量

$Q_{vs}, Q_{vn}$  : v成分の流れのうち、南からの流入量と北からの流出量

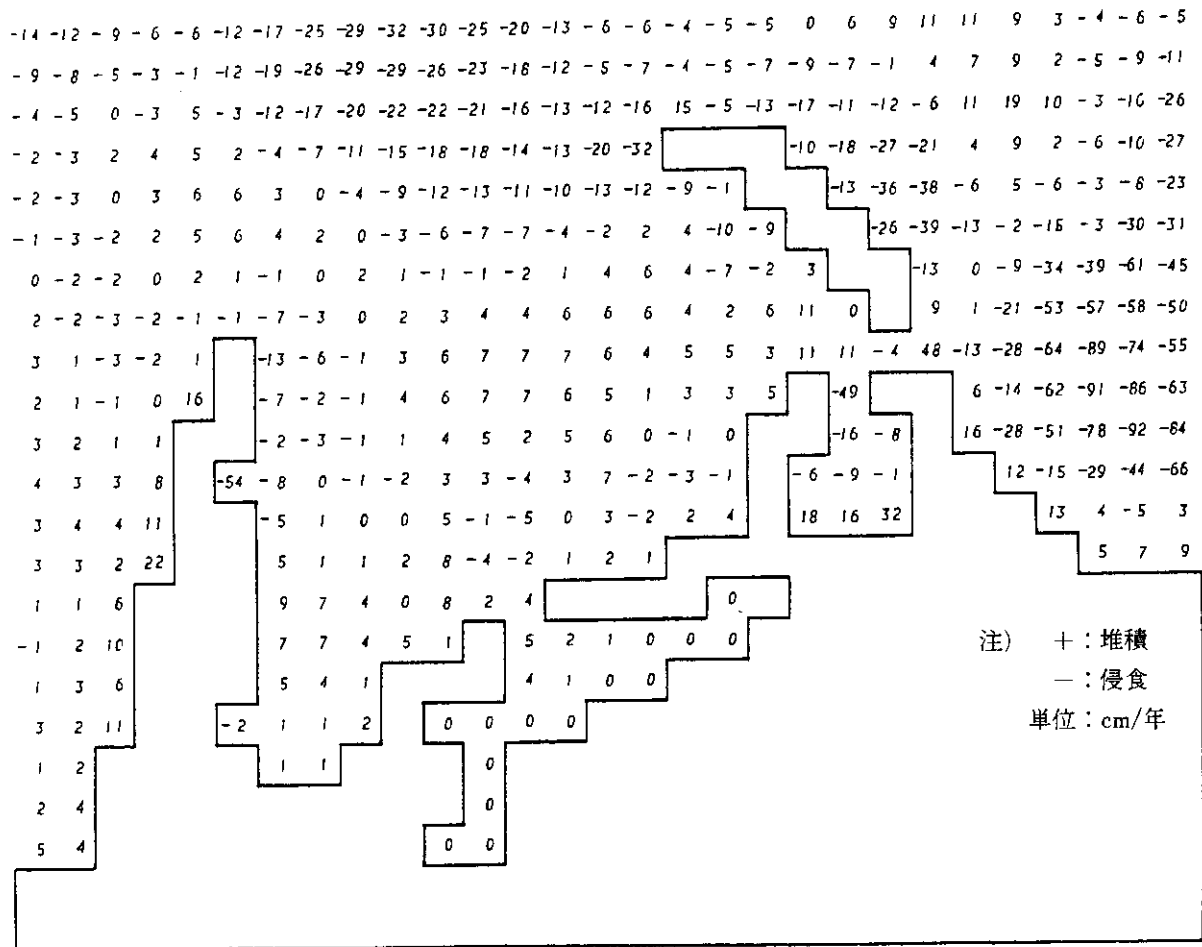


図3-2 1層流拡散モデルによる計算結果

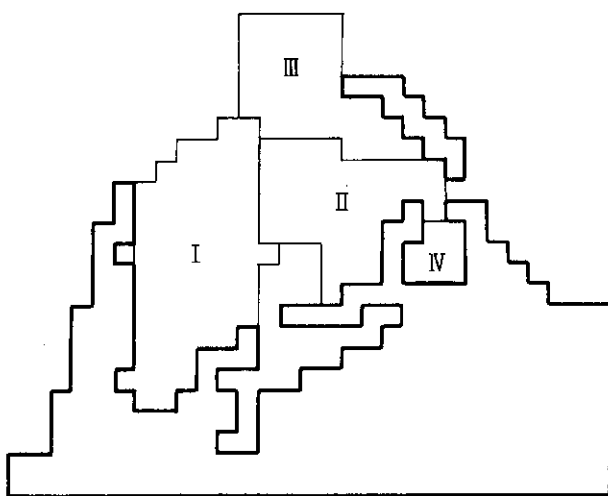


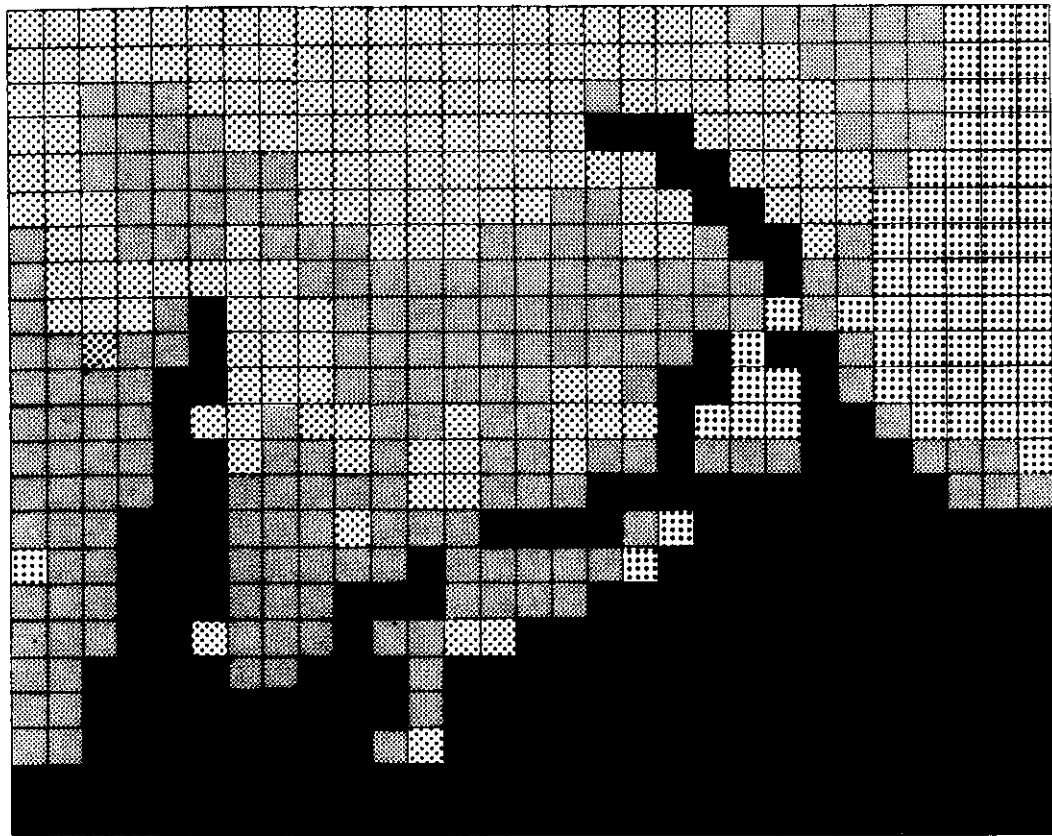
図3-4 計算領域のブロック分割図

#### 4. 結 論

- (1) 水理模型実験と数値モデルの長所を生かし短所を補い合うことで、1層流拡散モデルにより海浜地形変化を精度よく再現することができる。
- (2) 波高データとして水理模型実験による結果を用いた場合の1層流拡散モデルによる海浜地形変化の再現精度は、同じく水理模型実験の結果を用いた3次元拡散モデルと数値計算結果を用いた3次元拡散モデルの再現精度の中間に位置づけされる。
- (3) 計算を1層についてのみ行うため、演算時間の短縮化が期待できる。

#### 5. あとがき

本研究においては、水理模型実験による実測底層流を変化させず適用可能な3次元海浜変形モデルとして、1層流拡散モデルを開発し現地地形変化のよい再現性を得ることができた。ただし、流れの不連続性の影響を計算メッシュ内の余剰浮遊砂量の調整により補正する方法については、全計算領域の余剰浮遊砂量の総流出量と総流入量が一致しないといった問題も残っており、今後、こ



■ 堆積    □ 侵食

図3-3 1層流拡散モデルによる計算結果  
(堆積・侵食領域別)

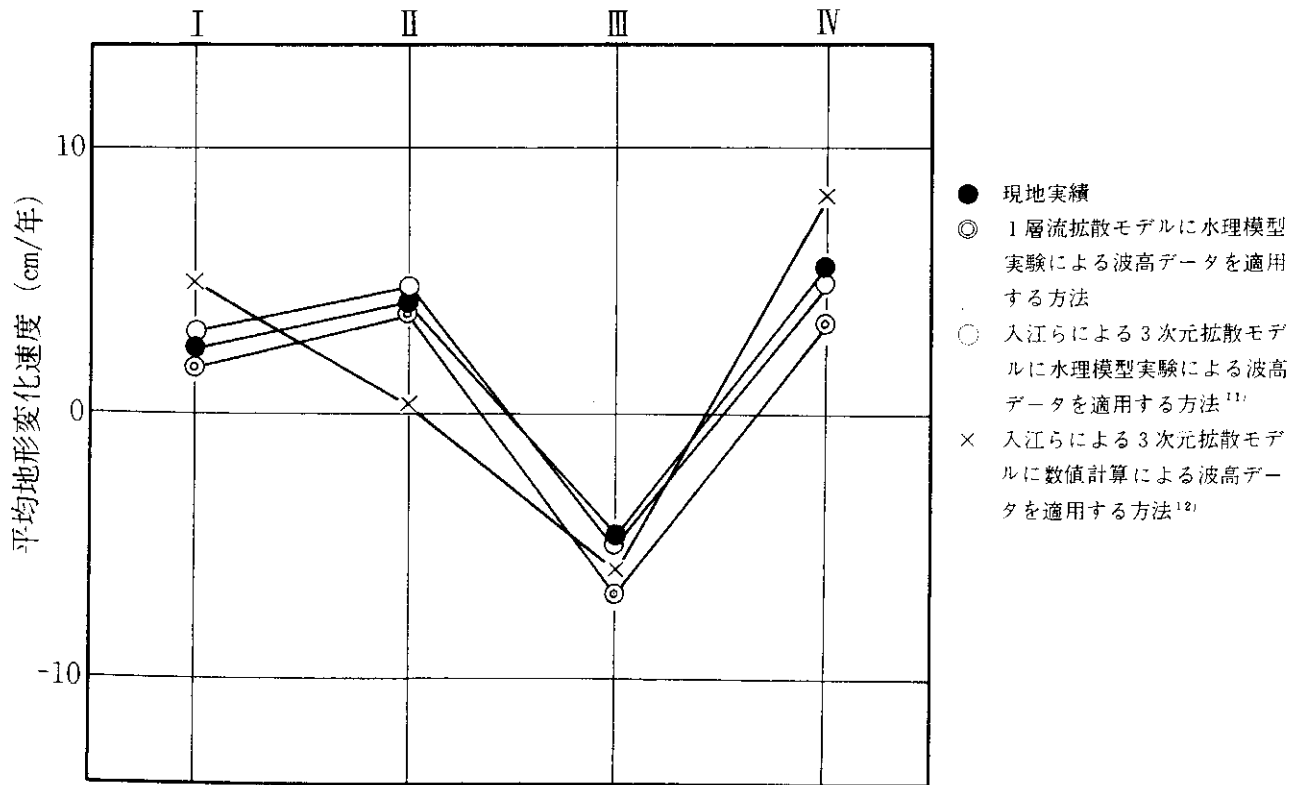


図-3-5 各ブロックの平均海底地形変化速度

の点につきさらに検討していくことが必要であると考え  
る。

最後に、本研究については運輸省港湾技術研究所水工  
部漂砂研究室長加藤一正氏より貴重なご意見と親切なご  
指導をいただき、また同室栗山善昭氏ならびに柳嶋慎一  
氏を始め、室員の皆様より貴重なご意見をいただいた。  
ここに厚く御礼申し上げる次第である。

#### 参 考 文 献

- 1) 入江 功・栗山善昭：底質の移流沈降過程をいれた  
航路・港内埋没の予測，港湾技術研究所報告 第24  
巻第2号，昭和60年6月。
- 2) 例えば，本間 仁・堀川清司：海岸環境工学，東京  
大学出版会。
- 3) 前出2)。
- 4) 前出2)。
- 5) 前出1)。
- 6) 堀江 毅・細川恭史：海域における物質循環数値モ  
デルの水質支配要因について，港湾技術研究報告  
第22巻 第3号，昭和58年9月。
- 7) Bijker, E.W. : Sedimentation in channels and tr-  
enches, Proc. of 17th Conf. on Coastal Eng. 1980.
- 8) 村上和男・森川雅行・堀江 毅：A D I 法による高  
潮の数値計算法，港湾技術資料 No.529，昭和60年  
9月。
- 9) 前出1)。
- 10) 前出1)。
- 11) 前出1)。
- 12) 前出1)。

\*

\*

\*