

水位—流量関係から推定される流量の精度について(その2)

Accuracy of Discharge Estimates from Water Level-Discharge Relationships (Part 2)

中津川 誠* 星 清**

Makoto NAKATSUGAWA and Kiyoshi HOSHI

はじめに

前月号の報告(水位—流量関係から推定される流量の精度について(その1))では、水位から流量を推定し、その精度について評価するための統計学的手法を提示した。そこでは、 $H-\sqrt{Q}$ 関係に直線回帰式をあてはめて流量の推定・評価を行う手法と、 $H-Q$ 関係に2次曲線回帰式をあてはめてそれを行う手法の基礎理論が展開されている。今月号においては、それらの手法に北海道を代表する河川のデータを適用して実地的検討を行い、これから特に、実際に得られた流量値の統計的解釈、これに基づく高水時の観測法に関して提案を行っている。

3. 解析の対象とした河川の諸元

今回の解析の対象とした水位、流量データは、北海道を代表する3大河川、すなわち石狩川、天塩川、十勝川の中の流量観測点で観測されたものとした。また、このデータは北海道、特に石狩川流域で未曾有の出水のあった1981年(昭和56年)時のものを用いる。流量観測点の諸元を表3-1に示す。これを見ると、1981年8月の豪雨においてはいずれの観測点でも比流量1を上まわる出水の観測されていることがわかる。さらにこの出水時のハイドログラフのピークが的確に流量の実測値で裏づけられているかを観測比(gaging ratio)でみると、表3-2

表3-1 解析対象とした流量観測点の諸元(1981年当時)

河川名	観測点名	河相	流域面積 (km ²)	計画高水流量 (m ³ /S)	河床勾配 (基準点間 平均)	昭56年8月 における最大流量 (m ³ /S)	最大流量生起 時の比流量 (m ³ /S/km ²)
石狩川	納内	山間地	3,558.0	6,000	約1/800	4,131	1.16
天塩川	名寄大橋	中間地 -2	1,719.2	2,800	約1/1,200	1,882	1.09
十勝川	帯広	中間地 -1	2,529.3	6,100	約1/400	4,907	1.94

表3-2 出水ピーク時における流量の観測状況(1981年)

河川名	観測点名	実測最大流量 Q_m (m ³ /S)	観測最大流量 Q_o (m ³ /S)	観測比 Q_m/Q_o	実測最大流量 の生起日時
石狩川	納内	4,131	4,122	1.00	8/5, 22:00
天塩川	名寄大橋	1,882	1,889	1.00	8/5, 18:00
十勝川	帯広	4,907	4,750	1.03	8/5, 21:00

注) Q_m ; 流観によって実測された値 Q_o ; $H-Q$ 式を用いて水位から換算された値。

*環境研究室員 **前河川研究室長 現石狩川開発建設部札幌河川事務所長

からこの出水時においては流量の最大値付近がほぼ実測データとして観測されていることが確認できた。なお、観測比とは実測最大流量（流観によって実測された値）と観測最大流量（ $H-Q$ 式を用いて水位から換算された値）の比で定義されるもので、ピーク付近での流観を怠ると、この値は当然小さくなっていく。

次に、各観測所における水理データの整理を行う。例としては、帯広のものを示す。図3-1には水位と流量の関係($H-Q$)を示すが、次節以降はこの関係から推定される流量の信頼区間を検討していく。図3-2には水位と水面幅($H-B_w$)、図3-3には水位と流積($H-A$)の関係を示すが、 $H-B_w$ などでは高水敷に水がつく際の不連続点が明瞭に現われてくる。ただし、流積の変化にしてみると不連続点はさほど顕著でなくなっている。図3-4には水位と水面勾配($H-i_w$)の関係が示されている。

他の例も合わせて見ると、低水時と高水時で異なった傾向（不連続性）を示したり、同じような水位でも異なった水面勾配をもつ（二価性）といったようなことがわかる。ところで、この二価性の問題が $H-Q$ 関係に反映されてくる場合は、現行の方法で流量の信頼性を議論することとは別の次元で流量測定値そのものの精度に係わってくる問題で、たとえば、水位以外に水面勾配の連続観測が可能となれば、測定値の精度向上に寄与するところ大なりと考えられるわけだが、本報告の主旨からはそれるので立ち入ることは避ける。つまり、水位のみとの関係でも流量が一価的にかかなりの相関を示すという事実を立て構築された現行推定法によって得られた流量データをもとに、どの程度の観測密度でどのようなデータの処理を行っていけばより信頼性のある観測値が入手できるかを議論することに目的をおくわけである。ちなみに

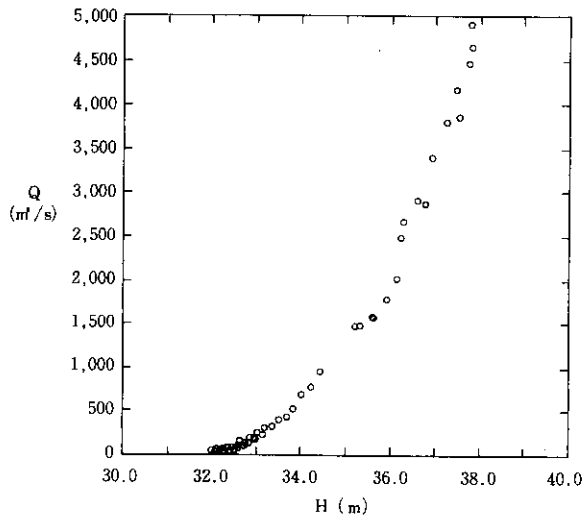


図3-1 水位—流量 ($H-Q$) 関係 (帯広)

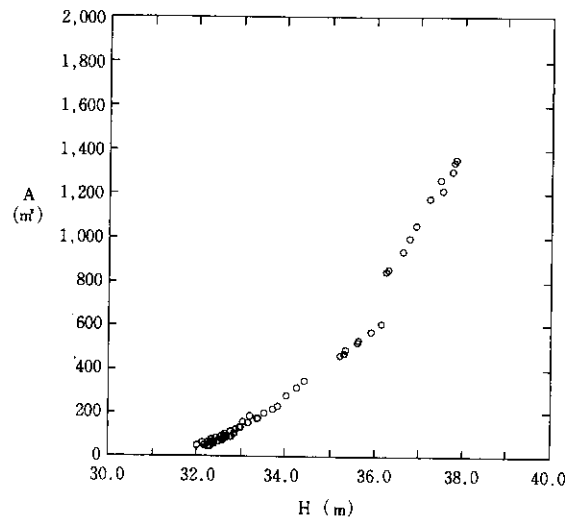


図3-3 水位—流積 ($H-A$) 関係 (帯広)

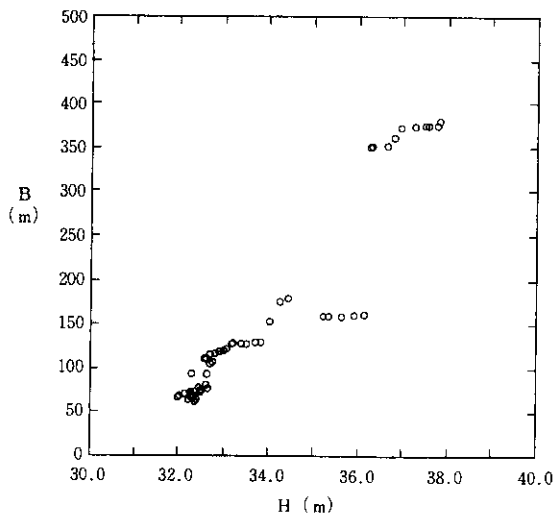


図3-2 水位—水面幅 ($H-B_w$) 関係 (帯広)

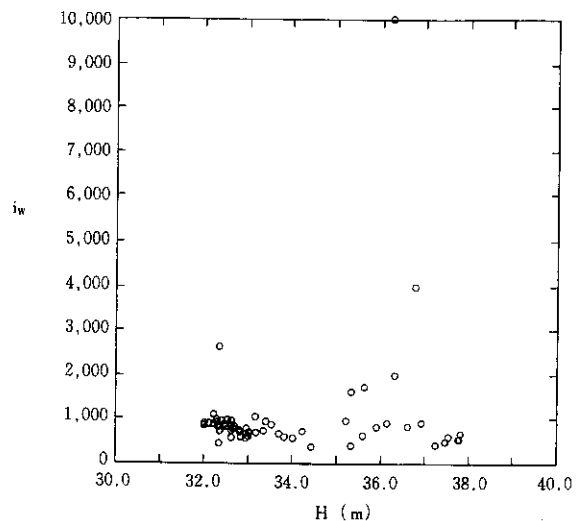


図3-4 水位—水面勾配 ($H-i_w$) 関係 (帯広)

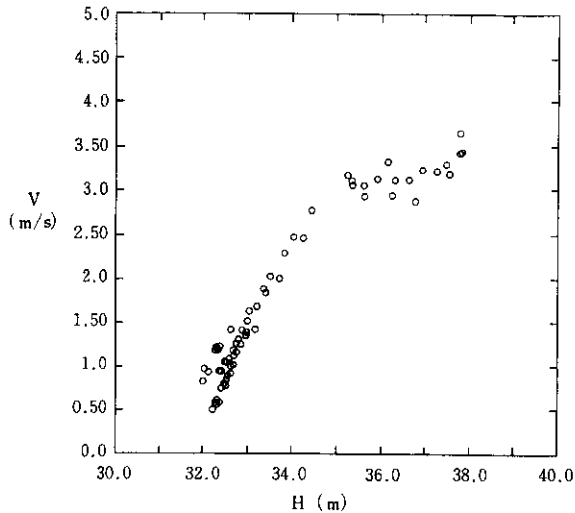


図3-5 水位—平均流速 ($H-V$) 関係 (帯広)

本例では $H-B_w$, $H-A$ あるいは $H-I_w$ 関係がかなり不連続的、二価の様相を示していたにしても、図3-1を見ると $H-Q$ 関係はほぼ連続的で一価的な傾向を示しているように見え、これは、次節で $H-Q$ 関係の相関係数を算出した場合、ほぼ0.9を上まわる高い数字がでていることから理解されるであろう。図3-5には水位と流速 ($H-V$) の関係が示されているが、ここにおいても折曲点が存在し、低水時と高水時での異なる傾向が示されている。なお、高水時においては流速の上昇傾向は緩やかになり、他の例を見ても水位ないし流量が増えても流速は3~4 m/sの間にとどまっているようである。

4. 水位—流量関係より推定される流量の精度

各観測点で得られた水位、流量データから、 $H-Q$ 関係の回帰式を最小二乗法によって求めたもの、ならびにその際の相関係数などを表4-1、4-2に整理している。表4-1は H と \sqrt{Q} に直線回帰式をあてはめた場合、表4-2は H と Q に2次曲線回帰式をあてはめた場合の結果である。なお、データとしては冬季結氷期間 (1, 2, 3, 12月) のものを機械的に省いて用いている関係から、現場でつくられた $H-Q$ 式とは異なるものもあることをあらかじめ断っておく。ところで、再三述べているように表4-1に示されているような直線回帰式によるものが現行の流量推定法の基本となっているが、相関係数で表4-2の結果と比較すると全体的には2次曲線回帰の方がやや高い相関を示している。この相関係数の算出は H と Q そのものの値、すなわち \sqrt{Q} でだされるものはこれを二乗したものをを用いて行っている。相関係数のほか、両者を比較して全データを使う場合と、データ群を分断してわずかなデータから関係を構築するのでは当然推定精

表4-1 各観測点の $H-Q$ 関係の諸元~1

式形 $Q=(\sqrt{Q})^2=(a_0+a_1H)^2$					
観測点名	式の適用条件	データ数 n	係数値 a_0	係数値 a_1	相関係数 r
納名	1981年 $t = 8/9, 18:00 \sim 12/31, 24:00$ $H = 54.07 \sim 55.45$	33	-6.2512×10^2	1.1491×10^1	0.993
	1981年 $t = 1/1, 1:00 \sim 8/9, 17:00$ $H = 54.40 \sim 55.96$	8	-6.2528×10^2	1.1541×10^1	0.984
	1981年 $t = 1/1, 1:00 \sim 8/9, 17:00$ $H = 55.97 \sim 56.56$ $t = 8/9, 18:00 \sim 12/31, 24:00$ $H = 55.46 \sim 56.56$	12	-3.9575×10^2	7.3933×10^0	0.970
	1981年 $t = 1/1, 1:00 \sim 12/31, 24:00$ $H = 56.57 \sim 57.79$	4	-4.9964×10^2	9.2301×10^0	0.997
	1981年 $t = 1/1, 1:00 \sim 12/31, 24:00$ $H = 57.80 \sim 63.00$	6	-3.4469×10^2	6.5556×10^0	0.998
名寄大橋	1981年 $t = 1/1, 1:00 \sim 12/31, 24:00$ $H = 87.75 \sim 90.43$	60	-7.6672×10^2	8.7388×10^0	0.998
	1981年 $t = 1/1, 1:00 \sim 12/31, 24:00$ $H = 90.44 \sim 93.55$	15	-5.4858×10^2	6.3286×10^0	0.998
帯広	1981年 $t = 1/1, 1:00 \sim 8/6, 24:00$ $H = 32.26 \sim 34.68$	28	-3.2338×10^2	1.0227×10^1	0.996
	1981年 $t = 8/7, 1:00 \sim 12/31, 24:00$ $H = 32.19 \sim 34.86$	12	-3.0963×10^2	9.8706×10^0	0.998
	1981年 $t = 1/1, 1:00 \sim 8/6, 24:00$ $H = 34.69 \sim 35.66$ $t = 8/7, 1:00 \sim 12/31, 24:00$ $H = 34.87 \sim 35.66$	6	-1.6230×10^2	5.6819×10^0	0.928
	1981年 $t = 1/1, 1:00 \sim 8/6, 24:00$ $H = 35.67 \sim 37.84$	14	-4.2485×10^2	1.3048×10^1	0.975

注) 冬季結氷期(1, 2, 3, 12月)のデータは除く。

度に差がでてくるのではないかというのが次にでてくる疑問であろう。たとえば、データ数が4組とか6組で回帰式をつくった場合、相関が高いにしても、果たして信頼できるかどうかについてひっかかりがあるのではないだろうか。このようなデータ群による算出値の推定精度を実際の数字の上で評価していくため、第2節に示された方法論が用いられるわけである。

流量の推定精度は、データの誤差が正規分布に従うとしてたてられた(2.13)式や(2.22)式から算出される

表4-2 各観測点のH-Q関係の諸元~2

式形 $Q = a_0 + a_1 H + a_2 H^2$						
観測点名	式の適用条件	データ数 n	係数值 a_0	係数值 a_1	係数值 a_2	相関係数 r
納内	1981年 $t = 1/1, 1:00 \sim 12/31, 24:00$ $H = 54.07 \sim 63.00$	58	1.0136×10^5	-3.9559×10^3	3.8431×10^1	0.998
名寄大橋	1981年 $t = 1/1, 1:00 \sim 12/31, 24:00$ $H = 87.75 \sim 93.55$	75	2.8632×10^5	-6.6418×10^3	3.8498×10^1	0.999
帯広	1981年 $t = 1/1, 1:00 \sim 12/31, 24:00$ $H = 32.19 \sim 37.84$	71	1.4855×10^5	-9.2240×10^3	1.4326×10^2	0.996

注) 冬季結氷期(1, 2, 3, 12月)のデータは除く。

信頼区間によって定量化され、この信頼区間幅が大きいほど、信頼性の薄い精度の悪い推定で、小さくなるほど精度のよい推定という評価が下されることになる。図4-1には、例として帯広の流量推定値の信頼区間が示されている。図のaが $H - \sqrt{Q}$ 関係から(2.13)式を用いて95%の信頼区間を求めたもの、bが $H - Q$ 関係から(2.22)式を用いて95%の信頼区間を求めたものである。比較のため、水位 H と流量 Q そのものの値に揃えて、すなわち \sqrt{Q} で算出されるものは二乗して表示している。

図4-2は各観測点における流量の信頼区間幅が観測流量値のなん%程度か、すなわち、算出された流量はなん%程度の許容誤差を含んだ精度をもって推定されているのかをみるものである。なお、比率からみると低水時の方が精度が低下する傾向にある。これはデータ数が多くばらつきがあるため低水から高水まで一律の回帰式をあて

はめた場合、すべての精度を向上するようなフィッティングがむずかしいことから相対的な誤差が大きくなってしまっているのである。ただし、絶対値でいえば高水時の誤差の方が推定精度上大きな意味をもつことはいうまでもなく、ここではそのような観点から高水時に重点をおいたデータ解釈を行うものとする。図をみると、 $H - \sqrt{Q}$ 関係から推定される信頼区間幅の観測流量値に対する割合は、納内で20~50%程度、名寄大橋で10~2%程度、帯広で20~10%程度となっているのに対し、 $H - Q$ 関係でのそれは納内で7~2%程度、名寄大橋で5~2%程度、帯広で6~2%程度にとどまっておき、いずれも $H - \sqrt{Q}$ 関係よりも高い精度で流量を推定していることが示されている。また、ここには示していないが、同様の検討を名駒(尻別川)、今金(後志利別川)の昭和56年の流観データを用いて別途行っているが、これについても2次曲線回帰

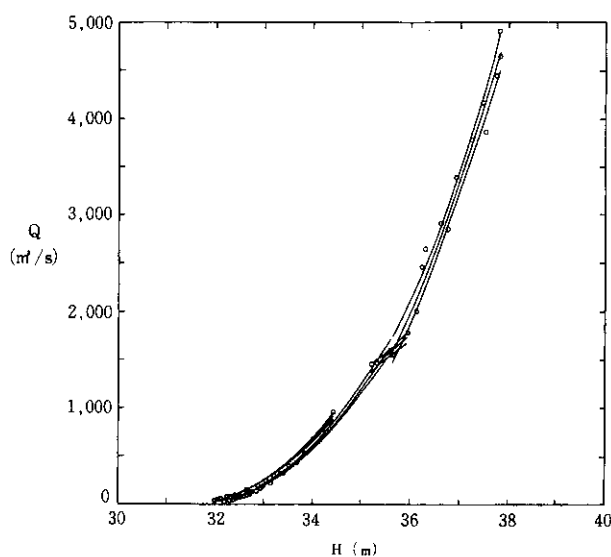


図4-1(a) 流量推定値の信頼区間(直線回帰式, 帯広)

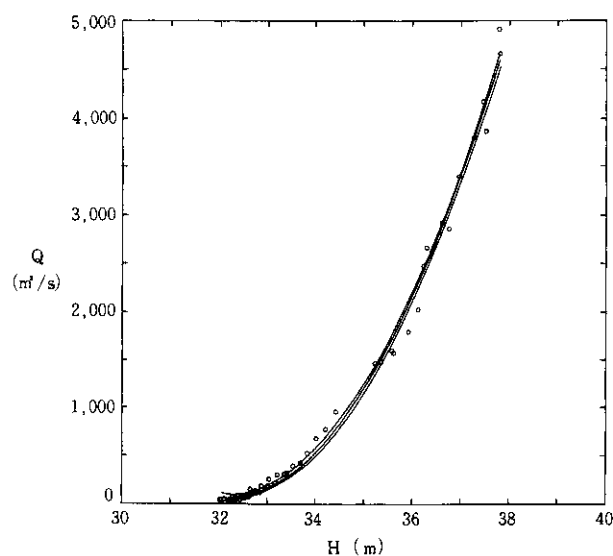


図4-1(b) 流量推定値の信頼区間(2次曲線回帰式, 帯広)

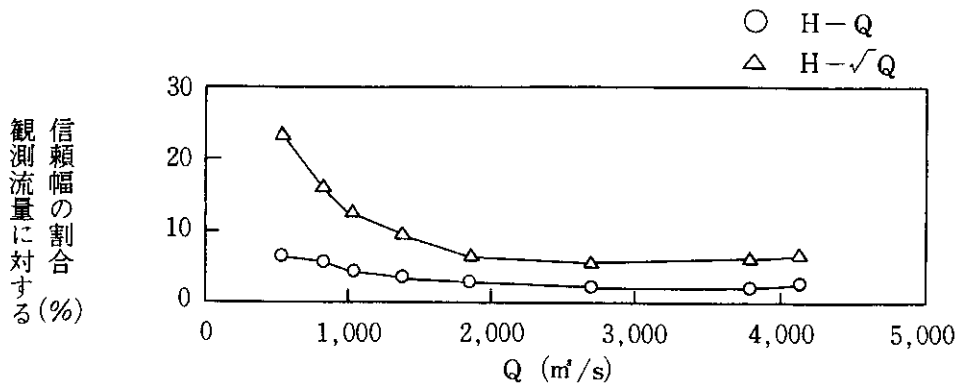


図4-2(a) 観測流量に対する信頼区間幅の割合 (納内)

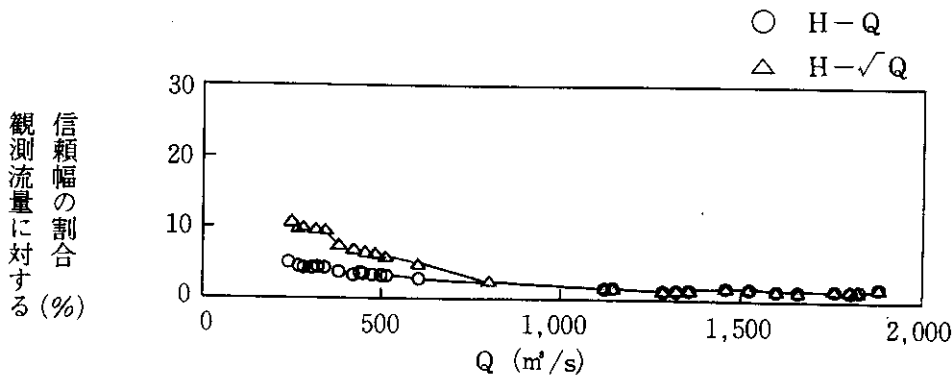


図4-2(b) 観測流量に対する信頼区間幅の割合 (名寄大橋)

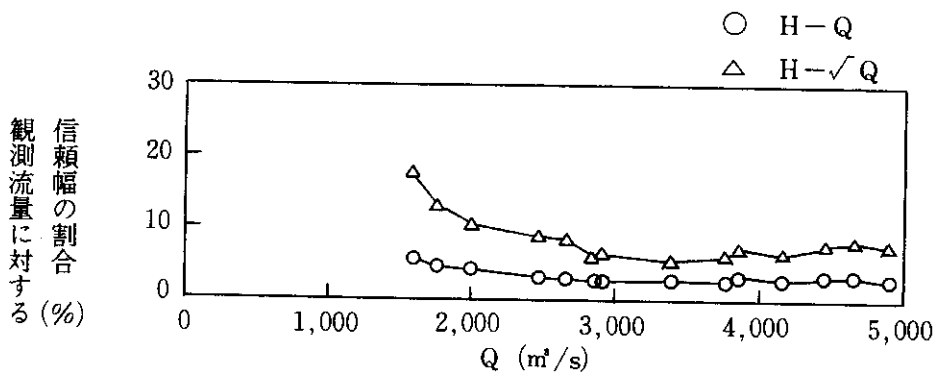


図4-2(c) 観測流量に対する信頼区間幅の割合 (帯広)

式による高水流量の推定では、観測流量値に対する信頼区間幅値の割合が数%程度という精度となっていた。このように、 $H-Q$ 関係を2次曲線回帰式で構築した場合、データの相関係数も0.99以上で、流量の信頼区間幅値も観測値の数%以内、特に大きな出水時においては2%程度にとどまっておき、かなり高い精度の流量推定を可能ならしめていることが実証された。

5. 高水時の流量観測について

高水時の流量は、治水計画上の重要な情報である。ここではこれまで述べてきた手法を用い、また、既往の $H-Q$ データを漸次間引いていくことによって、どの程度の

規模の流量を観測すれば、いかなる精度の推定が外挿的に行うかを示していくものとする。

図5-1には、流量データについて、大きいものから順次間引いていった場合に求まる回帰式で推定された値と実測値の差を実測値に対する割合で表わしたものを、図5-2には、同様に間引いていったものについて信頼区間幅値の観測値に対する割合を示している。例として帯広のものを示している。前者については、より規模の小さい流量の実測値から大きいものの外挿が数字の上で可能となっているかを見るもので、また、そのときの推定がどの程度の信頼性をもつのかをみているのが後者ということになる。直線回帰式と2次曲線回帰式の各々の結果を比較

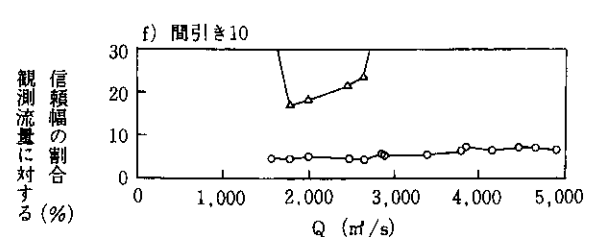
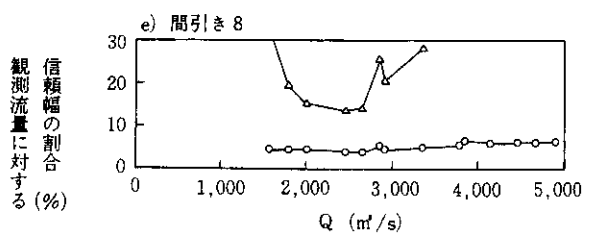
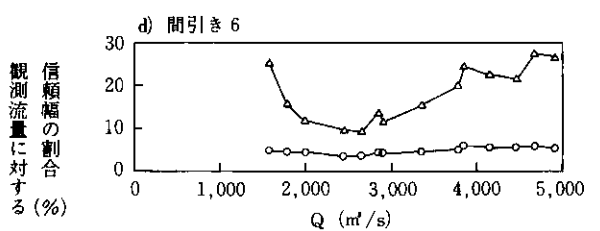
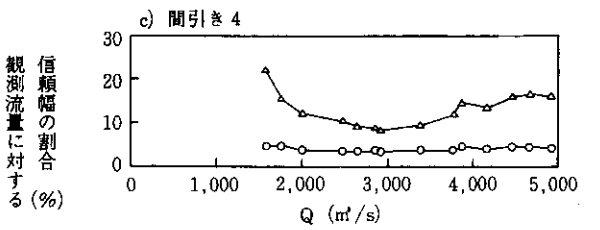
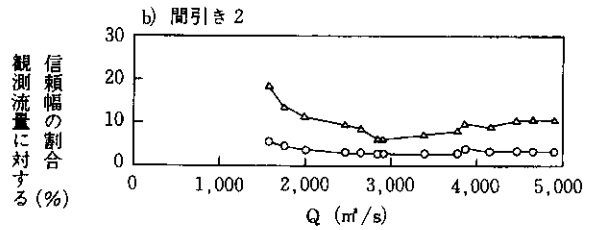
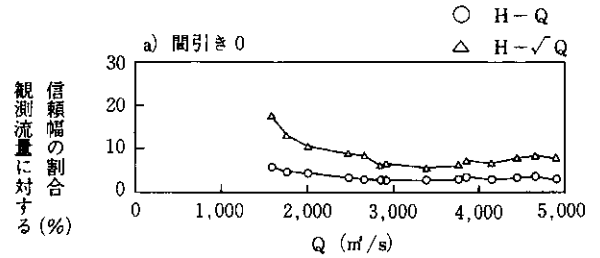
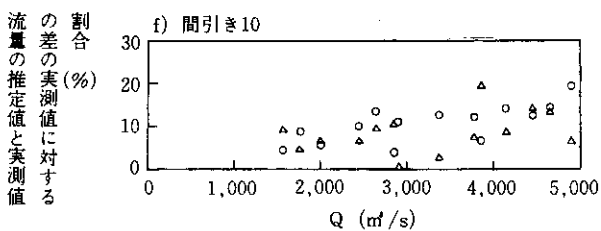
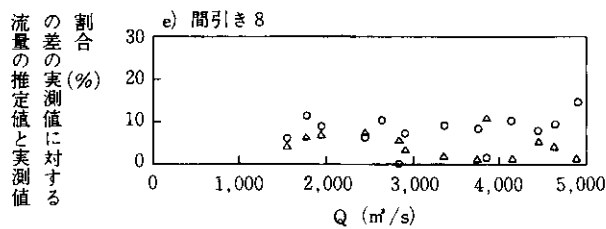
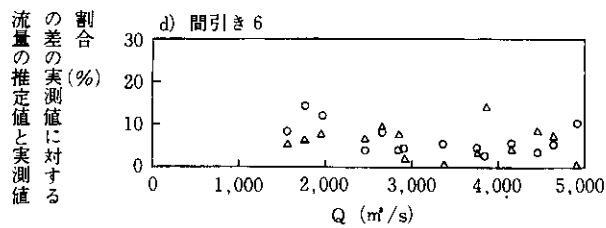
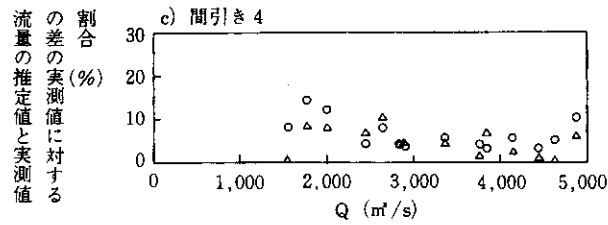
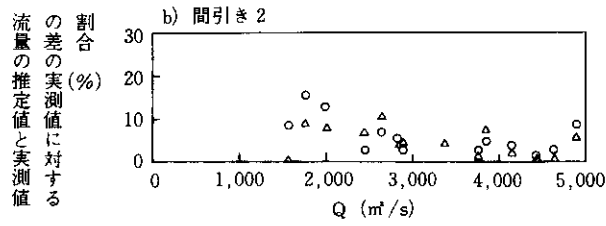
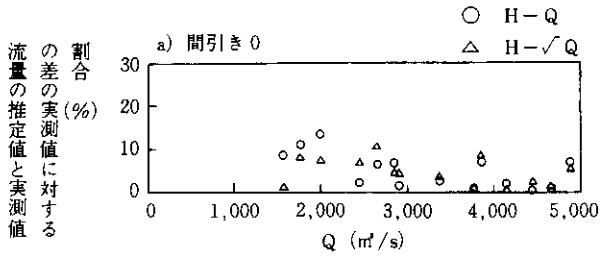


図5-1 流量推定値と実測値の差の実測値に対する割合の推移 (帯広)

図5-2 信頼区間幅の観測値に対する割合の推移 (帯広)

すると実測値と推定値の差が同じような値、いい換えれば同じような相関性をもって高水流量を外挿していても、全般的には2次曲線回帰式の方が、信頼性の高い推定を行っていることがわかる。この傾向は、データを順次間引いて高水時のデータが不足していくと如実に現われている。

ところで、どのように優れたフィッティングを行っても、データが不足してくると誤差の少ない外挿は困難となる。これまで、2次曲線回帰式による流量推定の有効性を示す結果が得られてきたが、これの利用を考える上でどの程度の流量を捉えることで的確な高水時の流量推定を可能ならしむるかを知ることがある。そのため、2次曲線回帰式で推定する流量について、流量データを大きい方から順次間引いて、その推定誤差（実測値と推定値の差）と信頼性を調べてみた。図5-3は、データを順次間引いていった場合、実測値からの誤差がどのように推移していくかを、間引き後の流量最大値の比流量との関係で図示したものである。ここでは、これまで示した三例のほか、名駒（尻別川）、今金（後志利別川）の検討結果についても掲載してある。なお、両地点の流域面積、平均河床勾配は名駒で1402.2 km²、約1/700、今金では361.4 km²、約1/400で、河相としてはいずれも中間地となっている。また、観測データ、各種諸元などは前掲した三例と同様、昭和56年時のものを使用している。観測最大値の比流量からみた出水規模は、納内や名寄大橋では1近く、帯広や今金では2近くとなっていて各地点で異なっており、間引きによる比流量と推定誤差の推移についても各地点の出水規模に左右されている。そこで、図5-4では、流量最大値について間引き後の間引き前（現況）に対する比（以後間引き流量比と称する）をとって、推定誤差との関係をみている。間引きによる推移からして、たとえば推定誤差で実測値の10%以内という精度を満足

するならば、間引き流量比では約0.7以上とすべきことがわかる。また、間引き流量比と信頼区間幅値の流量値に対する割合についての関係を示しているのが図5-5であり、これも流量値に対する10%以内の信頼性という精度に着目すれば、間引き流量比を約0.7以上とすれば安心であろう。すなわち、高水時、特に比流量で1を超えるような流量を実測値に対する10%以内の誤差や信頼性をもって推定するには、少なくとも、その流量規模の70%以上の実測値が入ったデータ群からH-Q関係をつくらなければならないということになる。また、見方を変えれば、あるデータ群（ある程度の高水観測データを含む）からそれ以上の規模の高水流量を前述した精度で推定するには、既往最大流量の1/0.7、すなわち1.4倍程度のものまでならば可能といえることになる。もちろん、そのときにH-Q関係に2次曲線回帰式をあてはめて高い相関を保ち、十分な信頼性を有するだけのデータ数が必要であることはいうまでもない。

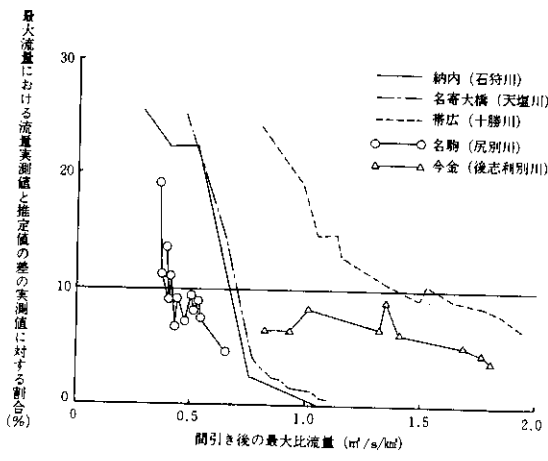


図5-3 間引きによる比流量と流量推定誤差の推移

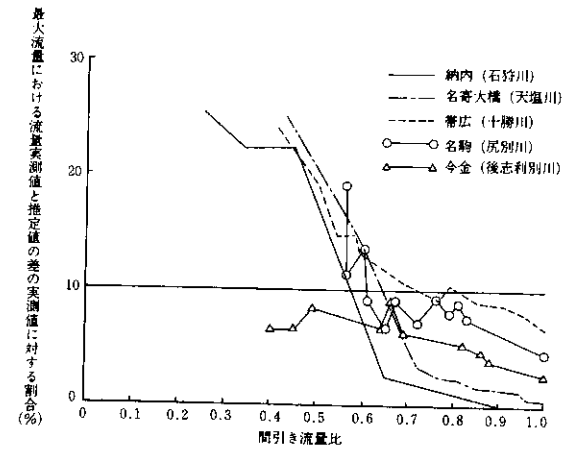


図5-4 間引きによる間引き流量比と流量推定誤差の推移

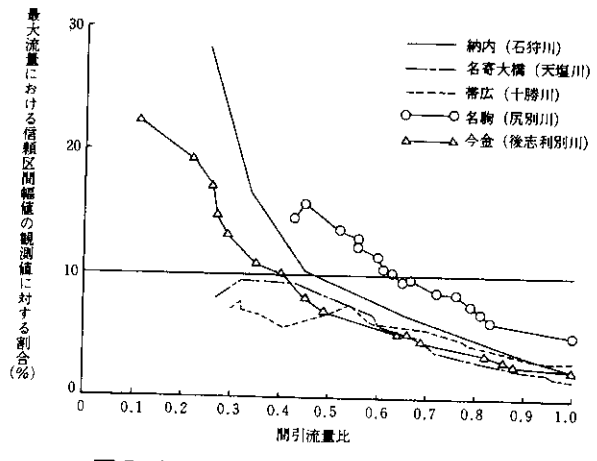


図5-5 間引きによる間引き流量比と信頼精度の推移

6. ま と め

今回の検討から得られた結果を、以下に要約する。

(1) 流量を推定する場合、 $H-\sqrt{Q}$ 関係に直線回帰式をあてはめるものと $H-Q$ 関係に2次曲線回帰式をあてはめるものについて、推定精度を比較した結果、特に高水時の場合、後者において高い推定精度が得られた。この際、比流量1を上まわる出水時の実データを用いた検討では、2次曲線回帰式においてはその相関係数は0.99以上、信頼幅は観測流量値の5~2%程度となっていた。

(2) 高水時の流量を外挿的に求める場合において、 $H-Q$ 関係に2次曲線回帰式をあてはめた場合により高い精度での推定が可能である。

(3) 比流量で1を超える規模の流量について推定誤差や信頼幅にして実測値の10%以内の精度で $H-Q$ の2次曲線回帰式の外挿をもって推定するには、既往値の1.4倍程度のものまでならば可能である。

あ と が き

本報告においては、既存のデータの処理方法を工夫することで推定される数値の精度がどのように推移していくかを検討したもので、その際の定量的評価を誤差が正規分布に従うとした統計的手法によって行った。ここでの意義は、もちろん、流量推定にあたってのよりよい方法、観測結果の解釈などを模索し得たこともあるが、さらに進んで、観測値の誤差が数字となってでてくることで、これまでそれを試行値としていたカルマンフィルターによる洪水予測理論の発展へ1つの示唆を与えたことなども挙げられる。今後の検証によって、さらに汎用性を高めることが必要である。ちなみに、より大きな問題と

して水位と流量の関係の相関が全般的に低い場合、たとえば河道の複雑な急流河川の流量推定をいかにすべきかの問題など、本検討の結果が一律にあてはまらない場合も予想される。これらの問題についてはさらなる検討を要す。

本検討に際し、関係データの収集、整理に協力していただいた方々に対し、深甚なる謝意を表する。

参 考 文 献

- (1) 七沢 馨, 村上泰啓: 水文観測の現状について, 第28回北海道開発局技術研究発表会概要集, 昭和60年2月.
- (2) 建設省河川局編: 建設省河川砂防技術基準(案)調査編第4章水文統計, 山海堂, 昭和61年.
- (3) 竹内 啓著: 数理統計学, 東洋経済.
- (4) 長尾成吾著: 計量経済学入門, 森北出版, 1969年.
- (5) Kenneth W. Potter and John F. Walker; An Empirical Study of Flood Measurement Error, Water Resources Research, Vol. 21, No. 3, pp. 403-406, 1985, 3.
- (6) W. H. Kirby; Linear Error Analysis of Slope-Area Discharge Determinations, Journal of Hydrology, 96, pp. 125-138, 1987.
- (7) Sir Maurice Kendall and A. Stuart; The Advanced Theory of Statistics, Vol. 1, Distribution Theory, Charles Griffin Co Ltd.
- (8) 星 清: 洪水予測システムの基礎的検討(2), 土木試験所月報, No. 386, 1985.