

管水路における地震時動水圧の発生機構

水利基盤チーム

1. はじめに

充水した水道管や農業用管水路の閉端部や異形管部では、地震動に伴い動水圧（以下、「地震時動水圧」）が発生する。大規模地震時には、地震時動水圧が管水路の破損や継手部の離脱などの発生原因になり得る。しかし、管水路における地震時動水圧の実態を捉えたデータは極めて少ない。そこで、水利基盤チームでは、地震時における管水路中の動水圧を捉えるため、現在供用中の農業用管水路において、地震動の加速度と水圧を常時観測している。そこで得られた観測結果は、大久保ら¹⁾などにおいて報告されている。

本解説では、読者に管水路内で発生する地震時動水圧の基本的な理解を深めていただくため、地震時動水圧の理論面を解説する。簡単な条件下の管水路モデルを対象に、非定常流況の基礎式を解き、その解析解に基づいて、振動する管水路における動水圧の発生機構およびその動態を考察する。なお、水利基盤チーム²⁾において、地震時動水圧の物理過程が模式的に解説されている。合わせて参考にしていただきたい。

2. 振動する管水路における動水圧の発生機構

2. 1 基礎式からの解析解の導出

基本的な管水路モデルとして、図-1に示すような管体の一端が閉塞された無限に長い直線の管水路を想定する。その管水路の閉端部を0として、管水路の伸長方向への距離を x (m)とする。管水路全体が管軸方向に振幅 δ (m)、周期 T (s)で単振動している状態を仮定する。ここでは、その振動の変位 d (m)が下流側へ最大 $(-\delta)$ となる時点時刻 $t=0$ sとして、次式の正弦波を設定する。

$$d(t) = -\delta \cos \frac{2\pi}{T} t \quad (1)$$

式(1)の時間微分から、次式の管水路の振動速度 v_b (m/s)を得る。

$$v_b(t) = V \sin \frac{2\pi}{T} t \quad \left(V = \frac{2\pi\delta}{T} \right) \quad (2)$$

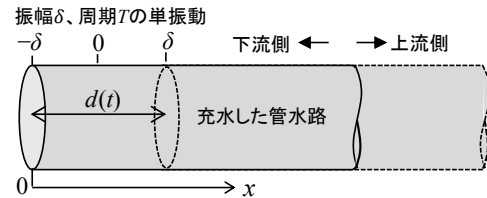


図-1 管水路のモデルと各種設定

ここに、 V は振動速度の最大値(m/s)である。以上のモデルと条件設定において、充水した管水路における非定常流況の基礎式³⁾、すなわち、次の水塊の運動方程式を表す式(3)と連続の式を表す式(4)を解く。

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{v_s^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4)$$

ここに、 H は圧力水頭(m)、 x は閉端部からの管水路の伸長方向距離(m)、 v は管水路内の流速(m/s)、 g は重力加速度(m/s²)である。また、 v_s は管内における圧力波の伝播速度(m/s)であり、次の式(5)で表される。

$$v_s = \frac{1}{\sqrt{\rho \left(\frac{1}{k} + \frac{D}{Ee} \right)}} \quad (5)$$

ここに、 k は水の弾性係数(N/m²)、 D は管の内径(m)、 E は管材料の弾性係数(N/m²)、 e は管の厚さ(m)である。これらの基礎式の導出は他書（例えば、横山重吉⁴⁾）に譲る。

式(3)と式(4)から H を消去すれば、次の式が導かれる。

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = v_s^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (6)$$

式(6)は波動方程式と呼ばれ、その一般解は、次式で表される。

$$v(t, x) = F \left(t - \frac{x}{v_s} \right) + f \left(t + \frac{x}{v_s} \right) + v_0 \quad (7)$$

ただし、 F および f はそれぞれ $t - x/v_s$ 、 $t + x/v_s$ を変数とする任意の関数である。 v_0 は振動開始前の流速である。

この場合は、閉塞された管水路であるので、流速 v_0 は0である。関数 $F(t-x/v_s)$ は x 軸の正方向に進行する波を表し、関数 $f(t+x/v_s)$ は x 軸の負方向に進行する反射波を表す。ここでは無限に長い管水路を仮定するので、反射波は考慮しない。それゆえ、式(7)の右辺は関数 F のみが有効である。この関数 F の具体的な式は境界条件によって決定される。

管水路の閉端部に接する水塊は管壁の振動とともに変位する。従って、閉端部 ($x=0$) における水塊の流速 $v(t,0)$ は、振動速度 $v_b(t)$ に等しく式(8)のように表せる。

$$v(t,0) = v_b(t) = V \sin \frac{2\pi}{T} t \quad (8)$$

この式(8)が境界条件である。ここで、関数 F を次式のように仮定する。

$$v(t,x) = F\left(t - \frac{x}{v_s}\right) = V \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v_s}\right) \quad (9)$$

式(9)は、 $x=0$ (閉端部) において式(8)と同形となる。それゆえ、式(9)は式(8)の境界条件を満たすので、式(6)の解である。

次に圧力水頭 H を表す解を求める。式(9)を式(3)に代入して、次の式(10)を得る。

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{2\pi V}{gT} \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v_s}\right) \quad (10)$$

さらに、式(10)を x で積分して、 H を求めれば、

$$\begin{aligned} H &= -\int \frac{2\pi V}{gT} \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v_s}\right) dx \\ &= \frac{v_s V}{g} \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v_s}\right) + H_0 \end{aligned} \quad (11)$$

が得られる。積分定数 H_0 は振動前の圧力水頭である。そこで、振動によって発生する動水圧 $\sigma(\text{Pa})$ は、

$$\sigma(t,x) = \rho g(H - H_0) = \rho v_s V \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v_s}\right) \quad (12)$$

となる。

2. 2 振動する管水路における動水圧の発生・伝播過程

以上に記した解析解に基づけば、振動に伴う動水圧の発生・伝播過程は、次のように説明される。

まず、閉端部 ($x=0$) における動水圧の時間変化は、式(12)に $x=0$ を代入して、次の式(13)のように表せる。

$$\sigma(t) = \rho v_s V \sin \frac{2\pi}{T} t \quad (13)$$

式(1)の変位 $d(t)$ 、式(8)の流速 $v(t)$ および式(13)の動水圧 $\sigma(t)$ を図-2に示す。ただし、縦軸目盛はグラフ毎に異なる。流速と動水圧は同期する。管水路の変位の大きさが最大 ($-\delta$ または δ) となる時点で、流速および動水圧は0となり、その変位の振動の中心 ($d=0$) で、流速と動水圧は最大となる。

この結果に従って、振動する管水路中の動水圧の発生・伝播過程を考察する。その模式を図-3に示す。振動する前の管内の水圧を P_0 (静水圧) とする。 $t=0\text{s}$ において、閉端部における水圧は P_0 である。管水路が上流側に変位するとき ($t=0\text{s} \sim 0.5T\text{s}$)、閉端部の管壁に接する水塊は管壁に押されて上流向き

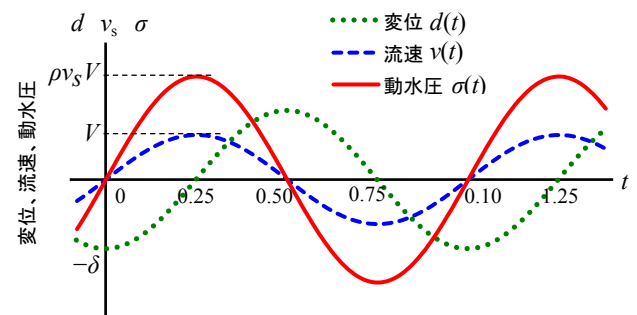


図-2 管水路モデルにおける変位、流速および動水圧の経時変化

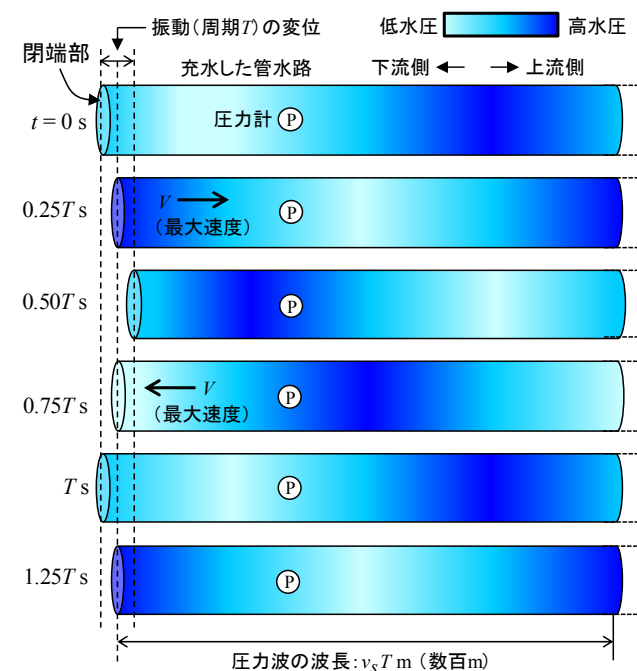


図-3 管軸方向に振動する管水路の閉端部における動水圧の発生・伝播過程の模式図

位するため、閉端部近傍の水圧は P_0 より高くなる。また、管水路が下流側に変位するとき ($t=0.5Ts\sim Ts$)、閉端部の管壁に接する水塊は閉端部の管壁に追従して下流向きの速度で変位するため、閉端部近傍の水圧は P_0 より低くなる。この閉端部における水圧の上昇（高水圧）と下降（低水圧）は、式(5)に示す圧力波の伝播速度 v_s で水中を伝わる。このとき、管水路内の任意の定点に設置された圧力計には、高水圧のピークと低水圧のピークが $0.5Ts$ （振動の半周期）毎に繰り返して観測される。すなわち、管水路の振動周期と同周期の圧力波が管水路内を伝播する。ここでの圧力計が示す水圧の変化量が、振動に伴い発生する動水圧、すなわち地震時動水圧である。

2. 3 振動速度の最大値と動水圧の最大値の関係

地震時動水圧が管水路へ与えるダメージの評価指標として、第一に動水圧の最大値を見積もることが重要である。本管水路モデルの動水圧の最大値 σ_{\max} は式(13)の振幅であるので、次の式(14)で表される。

$$\sigma_{\max} = \rho v_s V \quad (14)$$

すなわち、動水圧の最大値 σ_{\max} は振動速度の最大値 V に比例する。ただし、式(14)は、あくまで正弦波を入力として管水路が単振動するという仮定に基づくものである。実際の地震動は振幅と周期が不規則に変化する複雑な波である。それゆえ、地震動に伴い発生する動水圧の動態を明らかにするためには、数値計算によ

るシミュレーションが必要であろう。しかし、大久保ら⁵⁾において、式(14)に基づく理論式から算出した動水圧の最大値は、観測で得られた地震時動水圧の最大値に概ね合致することが示されている。すなわち、式(14)に基づく理論式は、地震時動水圧の最大値を推定する実用的な方法になり得る。

(文責：大久保 天)

参考文献

- 1) 大久保天、立石信次、今泉祐治、中村和正：農業用管水路における地震時動水圧の事例報告、寒地土木研究所月報、No.783、pp.2-7、2018.
- 2) 水利基盤チーム：パイプラインの中の水圧、スラスト力、地震時動水圧、寒地土木研究所月報、No.788、pp.54-57、2019.
- 3) 農林水産省農村振興局整備部設計課：土地改良事業計画設計基準及び運用・解説 設計「パイプライン」基準、基準の運用、基準及び運用の解説、技術書、社団法人農業農村工学会、pp.221-237、2009.
- 4) 横山重吉：水撃圧入門、日新出版、pp.143-151、1979.
- 5) 大久保天、中村和正、今泉祐治、寺田健司、南雲人、川口清美：地震動の大きさと農業用管水路に発生する地震時動水圧の関係、寒地土木研究所月報、No.805、pp.36-42、2020.